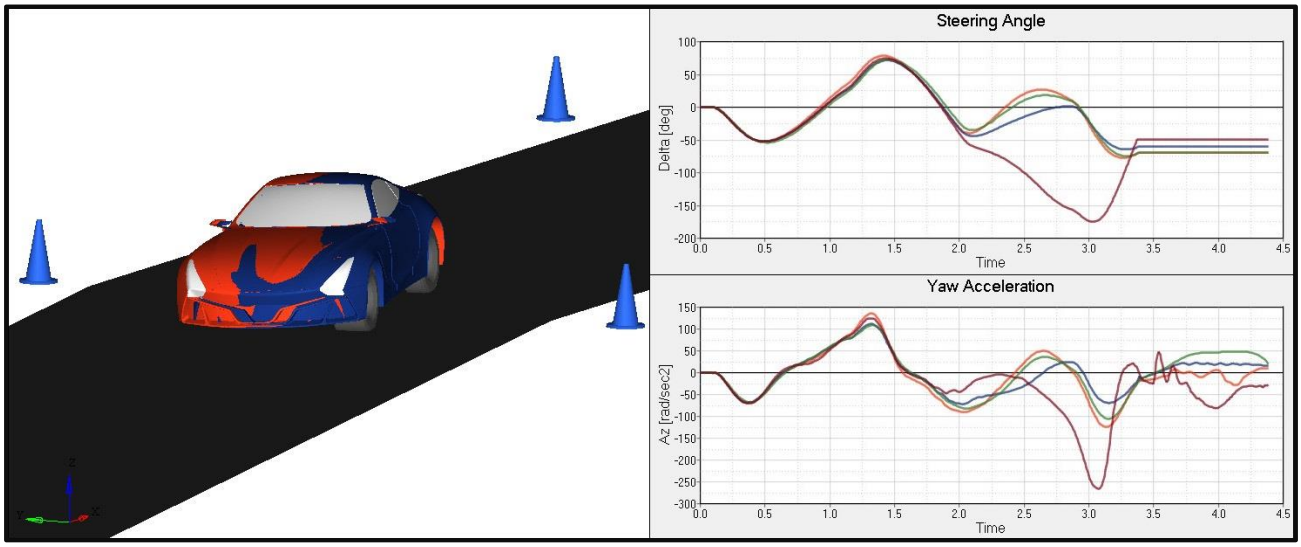
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ – ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ, 54124 Θεσσαλονίκη
Διευθυντής: Καθηγητής Σ. Νατσιάβας

ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΙΣΧΥΟΣ ΣΤΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΟΧΗΜΑΤΟΣ



Διπλωματική εργασία
Τσολάκης Αναστάσιος (Α.Ε.Μ. 5430)

Επιβλέπων: Νατσιάβας Σωτήριος, Καθηγητής
Θεσσαλονίκη, Μάϊος 2018

Ευχαριστίες

Η παρούσα εργασία αποτελεί το τελευταίο βήμα για την απόκτηση του διπλώματος του Μηχανολόγου Μηχανικού. Όλα αυτά τα χρόνια, είχα δίπλα μου ανθρώπους που με βοήθησαν σημαντικά και θα ήθελα να τους αναφέρω.

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου Σωτήρη Νατσιάβα που μέσα από τις διαλέξεις του μου έδωσε θάρρος και θέληση να ασχοληθώ με την μηχανική. Θα ήθελα να τον ευχαριστήσω επίσης και για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε δίνοντας μου την ευκαιρία να ασχοληθώ με το θέμα αυτό.

Στη συνέχεια θα ήθελα να ευχαριστήσω το υπόλοιπο προσωπικό του Εργαστηρίου Δυναμικής Μηχανών για την υποστήριξη τους: Τον διδάκτορα Νίκο Ποτοσάκη για τις γνώσεις που μου μετέδωσε πάνω στη δυναμική οχημάτων, την εμπειρία του και τον συντονισμό όλης αυτής της προσπάθειας. Τους υποψήφιους διδάκτορες Παναγιώτη Πασσά και Γιάννη Ντινόπουλο για τις πολύτιμες συμβουλές τους και την διαρκή υποστήριξη: ακόμα και όταν ήταν πιεσμένοι με τις υποχρεώσεις τους διέθεταν πολύτιμο χρόνο για να με βοηθήσουν τόσο σε τεχνικά θέματα όσο και στον τρόπο σκέψης.

Τους συμφοιτητές μου που εκπόνησαν τις διπλωματικές τους στο εργαστήριο πριν από μένα: Χρήστο Κούτρα, Δημήτρη Τσιτσίμη και Δημήτρη Γιώτη για την βοήθεια τους και τις πολύτιμες συμβουλές τόσο στη διπλωματική εργασία όσο και συνολικά στη φοιτητική μου πορεία.

Τους φίλους μου και συμφοιτητές μου που με στηρίζουν και μου δίνουν μαθήματα ζωής από το πρώτο έτος.

Όλα τα μέλη της ομάδας Art14 για αυτή την αξέχαστη εμπειρία: ήμασταν πάντα μαζί στα εύκολα και στα δύσκολα.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου που είναι πάντα στο πλευρό μου.

Περίληψη

Η μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς ενός επιβατικού οχήματος στοχεύει κυρίως στην βελτίωση των τεχνικών χαρακτηριστικών τα οποία το καθιστούν ασφαλές και αξιόπιστο. Τα τελευταία χρόνια αναπτύσσονται ακριβή μοντέλα που περιγράφουν τις δυνάμεις των ελαστικών και την συμπεριφορά των τροχοφόρων οχημάτων. Έτσι η χρήση λογισμικών προσομοίωσης συντελεί καθοριστικά στο σχεδιασμό οχημάτων με βελτιωμένα χαρακτηριστικά. Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι να μελετηθεί η επιρροή της κατανομής ισχύος (μεταξύ των τροχών) στην δυναμική συμπεριφορά του οχήματος μέσα από ένα πρόγραμμα προσομοίωσης συστημάτων πολλών σωμάτων (Multi-Body Dynamic Systems).

Στο πρώτο κεφάλαιο καταστρώνονται οι εξισώσεις κίνησης ενός απλοποιημένου μοντέλου οχήματος με σκοπό τον ορισμό των βασικών μεγεθών που αφορούν στην μελέτη αυτή. Στη συνέχεια περιγράφονται οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στα ελαστικά και εξηγείται η βασική ιδέα που συνδέει την κατανομή ισχύος με τη δυναμική συμπεριφορά ενός οχήματος. Τέλος ορίζονται τα κριτήρια ευστάθειας για τα μοντέλα που θα εξεταστούν.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, συγκρίνονται τρείς τύποι μετάδοσης ισχύος σε ένα όχημα: Ισχύς στους εμπρόσθιους τροχούς, ισχύς στους οπίσθιους τροχούς και τέλος ισχύς σε όλους τους τροχούς. Οι συγκρίσεις πραγματοποιούνται στο υπολογιστικό περιβάλλον “Motion View” ένα εμπορικό λογισμικό για την προσομοίωση συστημάτων πολλών σωμάτων. Περιγράφονται τα μοντέλα που εξετάστηκαν κατά την μελέτη, οι δοκιμασίες στις οποίες έγιναν οι συγκρίσεις των μοντέλων και τέλος γίνεται συνοπτική περιγραφή της διαδικασίας επίλυσης των μοντέλων.

Στο τρίτο κεφάλαιο σχεδιάζεται ένα σύστημα ενεργητικής μετάδοσης ισχύος. Πιο συγκεκριμένα, το σύστημα ελέγχου έχει σαν στόχο να κατανέμει την ροπή σε κάθε τροχό με τέτοιο τρόπο ώστε να διευρύνει τα περιθώρια ευστάθειας του οχήματος επιβάλλοντας σε αυτό να ακολουθεί ορισμένες επιθυμητές αποκρίσεις.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται παρουσίαση των αποτελεσμάτων και βάσει αυτών αναπτύσσονται στο τελευταίο κεφάλαιο συμπεράσματα για την δυναμική συμπεριφορά των μοντέλων. Τέλος αναφέρονται προτάσεις για μελλοντική έρευνα που αφορά σε σχετικό αντικείμενο ελέγχου.

Abstract

The study of vehicle dynamics of passenger cars mainly aims at the optimization of technical characteristics which render a vehicle safe and reliable. In recent years, detailed models are developed which simulate tire forces and vehicle behavior with great accuracy. Thus, the use of simulation software contributes significantly to the design of vehicles with improved characteristics. The aim of this thesis is to study the effect of power distribution among the wheels to the vehicle's overall dynamical behavior via a simulation software for Multi-Body Dynamic Systems.

In the first chapter the equations of motion for a simple vehicle model are formed. The purpose is to define the fundamental variables which concern this study. Furthermore, the generation of tire forces is described and the main idea that connects power distribution with vehicle behavior is explained. Finally, stability criteria are defined for the vehicle models examined in this thesis.

In the second chapter, three driveline types for the same vehicle are compared: Power to the front wheels, power to the rear wheels and lastly power to all the wheels. Comparisons are realized in the simulation environment "Motion View" a commercial software for the study of Multi-Body Dynamics. In this chapter there is a description of the models, the simulation process and lastly there is a brief description of the process for the numerical solution of the models.

In the third chapter a control system for active power distribution is designed. More specifically the control system aims to expand the stability margins of the vehicle by imposing it to track desired responses.

In the fourth chapter the results of this study are presented upon which certain conclusions are reached regarding the dynamic behavior of the models in the last chapter. Last but not least, recommendations about future work in the field of control systems relative to the one developed are mentioned.

Περιεχόμενα

1. Δυναμική συμπεριφορά οχήματος 1
   1.1. Εξισώσεις κίνησης απλού μοντέλου οχήματος 1
      Κινηματική 3
      Κινητική 5
   1.2. Δυνάμεις ελαστικών 6
      Επαφή ελαστικού – δρόμου 7
      Διαμήκης δύναμη ελαστικού “F_x” 8
      Πλευρική δύναμη ελαστικού “F_y” 10
      Λίγα λόγια για το μοντέλο “Magic Formula” 11
      Συνδυασμένη φόρτιση ελαστικού 12
   1.3. Κριτήριο ευστάθειας 14
2. Παθητική μετάδοση ισχύος 20
   2.1. Περιγραφή μοντέλων οχήματος 20
      Μοντέλο οχήματος και οδηγός 20
      Μετάδοση ισχύος ανά τύπο οχήματος 23
      Το ανοιχτό διαφορικό 25
      Μετάδοση ισχύος σε όλους τους τροχούς (AWD) 28
   2.2. Περιγραφή δοκιμασιών 30
      Constant Radius Turn 31
      Double Lane Change 32
      Fish Hook Turn 33
   2.3. Παράμετροι αριθμητικής επίλυσης 34
      Στατική επίλυση 35
      Δυναμική επίλυση 36
3. Ενεργητική μετάδοση ισχύος 38
   3.1. Περιγραφή συστήματος ελέγχου 38
      Sliding Mode Control 39
      Εφαρμογή 40
      Αλγόριθμος «κορεσμού» κινητήριας ροπής 46
   3.2. Ενσωμάτωση ελέγχου στο πρόγραμμα 47
4. Αποτελέσματα 50
   4.1. Constant Radius Turn 52
      Δοκιμή σε στεγνό οδόστρωμα ($\boldsymbol{mu = 1}$) 52
      Δοκιμή σε βρεγμένο οδόστρωμα ($\boldsymbol{mu = 0.4}$) 55
   4.2. Double Lane Change 58
      Δοκιμή σε στεγνό οδόστρωμα ($\boldsymbol{mu = 1}$) 58

Δοκιμή σε βρεγμένο οδόστρωμα ($\boldsymbol{mu} = \mathbf{0.4}$) 61
4.3. J-Turn 64
Δοκιμή σε στεγνό οδόστρωμα ($\boldsymbol{mu} = \mathbf{1}$) 64
Δοκιμή σε βρεγμένο οδόστρωμα ($\boldsymbol{mu} = \mathbf{0.4}$) 67
5. Συμπεράσματα 70
Constant Radius 70
Double Lane Change 70
J-Turn 71
Γενικά 71
Προτάσεις για το μέλλον 71
Βιβλιογραφία 72
Πηγές Εικόνων 73

1. Δυναμική συμπεριφορά οχήματος

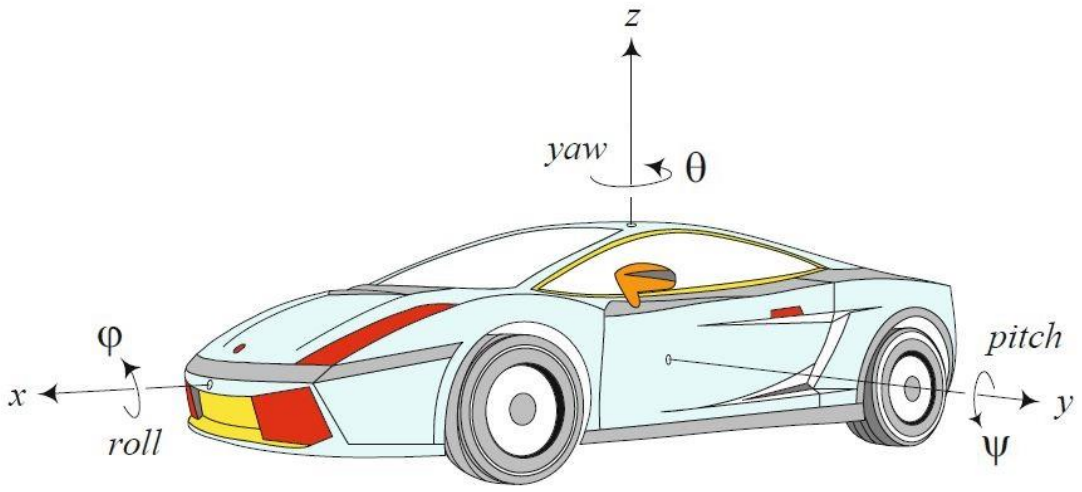
Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η συμπεριφορά ενός οχήματος με τέσσερις τροχούς μέσα από ένα απλοποιημένο μοντέλο. Στόχος είναι ο ορισμός θεμελιωδών μεγεθών που θα χρειαστούν στην μετέπειτα μελέτη και στην αξιολόγηση της απόκρισης του κάθε μοντέλου. Επίσης περιγράφεται ο βασικός μηχανισμός δημιουργίας δυνάμεων στα ελαστικά ώστε στη συνέχεια να εξηγηθεί με σαφήνεια ο λόγος που μελετάμε την επίδραση της κατανομής ισχύος στην δυναμική συμπεριφορά ενός οχήματος. Τέλος ορίζουμε επιθυμητές αποκρίσεις στις οποίες θα βασιστούν οι συγκρίσεις που θα πραγματοποιηθούν στα επόμενα κεφάλαια.

1.1. Εξισώσεις κίνησης απλού μοντέλου οχήματος

Στη γενική περίπτωση, αν εξετάσουμε ένα αυτοκίνητο ως ένα σύστημα πολλών στερεών σωμάτων τα οποία είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους θα παρατηρήσουμε συνολικά 14 βαθμούς ελευθερίας. Οι έξι βαθμοί ελευθερίας αφορούν στο όχημα σαν στερεό σώμα (τρεις μεταφορές και τρεις περιστροφές) ενώ οι υπόλοιποι οκτώ αφορούν στους τροχούς: Κάθε τροχός μπορεί να εκτελεί μια κίνηση (σχεδόν κατακόρυφη) η οποία καθορίζεται από την γεωμετρία της ανάρτησης του οχήματος και μια περιστροφή γύρω από τον άξονα συμμετρίας του. Έτσι προκύπτουν δύο βαθμοί ελευθερίας για κάθε έναν από τους τέσσερις τροχούς.

Για το σώμα του αυτοκινήτου, οι βαθμοί ελευθερίας ορίζονται με βάση ένα σύστημα συντεταγμένων το οποίο έχει καθιερωθεί από την αεροναυπηγική και φαίνεται στην εικόνα που ακολουθεί. Ο άξονας “x” συμπίπτει με τον διαμήκη άξονα του οχήματος, ο άξονας “z” είναι κατακόρυφος με φορά προς τα πάνω και ο “y” προκύπτει από τον ορισμό των άλλων δύο σε ορθοκανονικό σύστημα αναφοράς. Οι περιστροφές ως προς τους άξονες έχουν επίσης συγκεκριμένη ορολογία:

- “Roll” – περιστροφή ως προς τον άξονα “x”
- “Pitch” – περιστροφή ως προς τον άξονα “y”
- “Yaw” – περιστροφή ως προς τον άξονα “z”

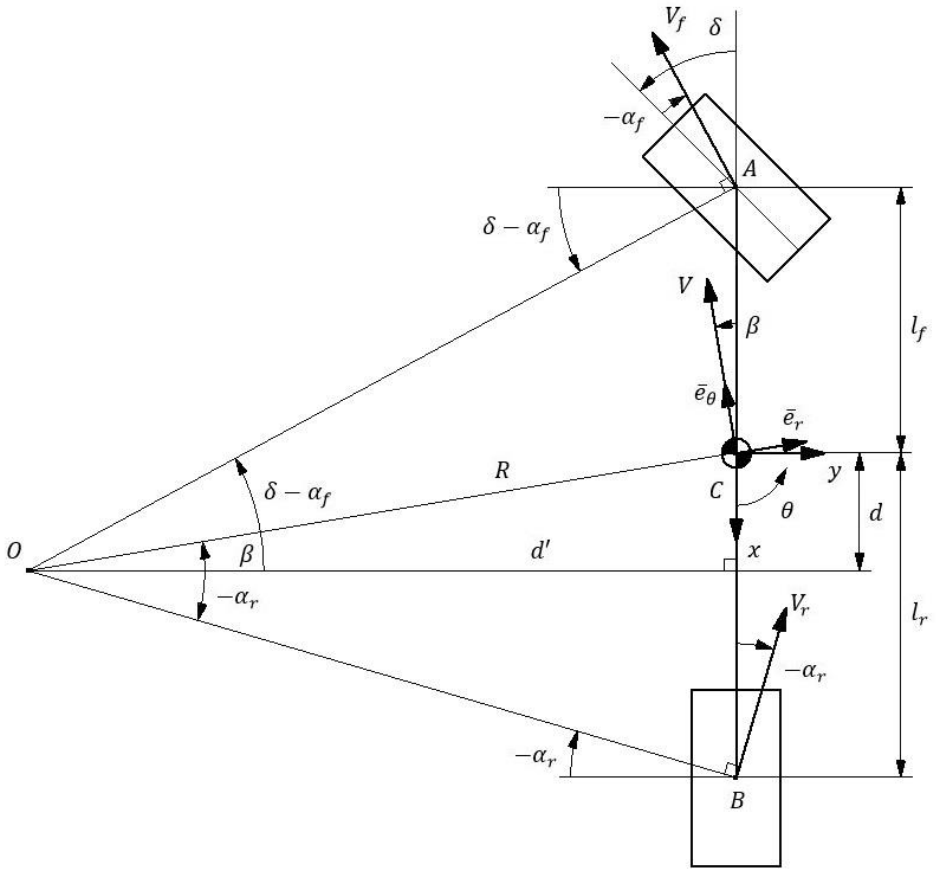


Εικόνα 1-1: Σύστημα συντεταγμένων οχήματος

Στην παρούσα διπλωματική, ορισμένοι από τους βαθμούς ελευθερίας του οχήματος δεν έχουν σημαντική επίδραση στο πρόβλημα που εξετάζεται. Αρχικά η κατακόρυφη

μετατόπιση στον “z” δεν έχει σημασία γιατί οι προσομοιώσεις γίνονται σε επίπεδο δρόμο και επομένως δεν έχουμε σημαντική κίνηση στην διεύθυνση αυτή. Από τους μεταφορικούς βαθμούς ελευθερίας μένουν συνεπώς οι μετατοπίσεις στην διεύθυνση των αξόνων “x” και “y”. Στη συνέχεια, οι βαθμοί ελευθερίας “roll” και “pitch” δεν αφορούν την εξής διπλωματική για τον λόγο ότι οι απόκριση αυτών εξαρτάται κυρίως από την ανάρτηση (σχεδιασμός ανάρτησης, ελατήρια, αποσβεστήρες) και τα χαρακτηριστικά αδράνειας (θέση κέντρου μάζας και ροπές αδράνειας). Εφόσον αυτά θα είναι ίδια μεταξύ των μοντέλων που θα συγκρίνουμε δεν υπάρχει λόγος να εστιάσουμε σε αυτούς τους βαθμούς ελευθερίας.

Έτσι οι βαθμοί ελευθερίας που μένουν είναι οι “x”, “y”, και “θ” δηλαδή η θεώρηση ότι το όχημα εκτελεί επίπεδη κίνηση. Το πιο διαδεδομένο μοντέλο που χρησιμοποιείται στην βιβλιογραφία για την περιγραφή της επίπεδης κίνησης ενός αυτοκινήτου είναι το λεγόμενο «μοντέλο ποδηλάτου» (“bicycle model”). Χρησιμοποιείται στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής γιατί ενώ είναι απλό μπορεί να περιγράψει με ακρίβεια την απόκριση του οχήματος στις συνθήκες που θα γίνει η προσομοίωση. Το μοντέλο αυτό φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



Σχήμα 1-1: Μοντέλο ποδηλάτου

Συνοπτικά, αυτό το μοντέλο τριών βαθμών ελευθερίας προσομοιώνει ένα όχημα στο οποίο έχει γίνει σύμπτυξη των αριστερά και δεξιά τροχών στο κέντρο του. Τα βασικότερα γεωμετρικά και κινηματικά μεγέθη που εμφανίζονται είναι:

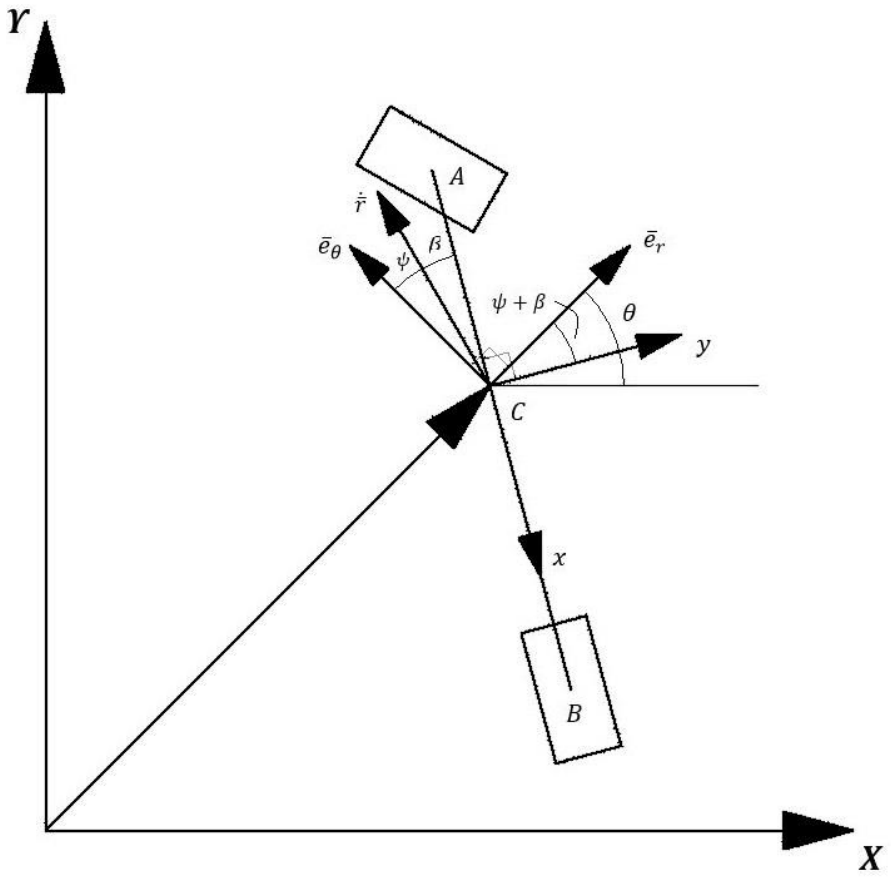
- Η απόσταση του κέντρου μάζας από τους εμπρόσθιους τροχούς, l_f
- Η απόσταση του κέντρου μάζας από τους οπίσθιους τροχούς, l_r

- Η ακτίνα στροφής του οχήματος, R
- Η γωνία διεύθυνσης των εμπρόσθιων τροχών, δ
- Η ταχύτητα του κέντρου μάζας, V
- Η γωνιακή ταχύτητα του οχήματος, $\dot{\theta}$
- Η γωνία πλαγιοπορείας (slip angle) του οχήματος, β
- Η γωνίες πλαγιοπορείας (slip angle) των ελαστικών, α_f και α_r

Τα παραπάνω μεγέθη θα οριστούν με σαφήνεια στις ενότητες που ακολουθούν. Στη συνέχεια καταστρώνονται οι εξισώσεις κίνησης μιας επέκτασης του μοντέλου αυτού.

Κινηματική

Τα μεγέθη της ταχύτητας και της επιτάχυνσης είναι εκφρασμένα αρχικά από το αδρανειακό καρτεσιανό σύστημα αναφοράς σε πολικό και τελικά σε ένα τοπικό σύστημα συντεταγμένων το οποίο είναι προσδεμένο στο σώμα του οχήματος και η αρχή του βρίσκεται στο κέντρο μάζας του. Ο ορισμός της διεύθυνσης των αξόνων του συστήματος αυτού είναι τέτοιος ώστε να συμπίπτει με το σύστημα συντεταγμένων στα μοντέλα προσομοίωσης από όπου εκμαιεύουμε τις τιμές ορισμένων μεγεθών. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται τα συστήματα συντεταγμένων.



Σχήμα 1-2: Ανάλυση κινηματικών μεγεθών σε τοπικό σύστημα συντεταγμένων

Για το τοπικό σύστημα συντεταγμένων, ο “x” άξονας συμπίπτει με τον διαμήκη άξονα του οχήματος και έχει αντίθετη φορά από αυτήν της κίνησης. Ο “y” άξονας έχει φορά προς τα δεξιά του οχήματος και έτσι ο “z” είναι κατακόρυφος με φορά προς τα πάνω.

Έτσι έχουμε:

$$\bar{r} = r\overline{e_r}$$

$$\dot{\bar{r}} = \dot{r}\overline{e_r} + r\dot{\overline{e_r}}$$

$$\ddot{\bar{r}} = \ddot{r}\overline{e_r} + 2\dot{r}\dot{\overline{e_r}} + r\ddot{\overline{e_r}}$$

Όπου:

$$\overline{e_r} = \cos\theta\,\overline{e_X} + \sin\theta\,\overline{e_Y}$$

$$\overline{e_\theta} = -\sin\theta\,\overline{e_X} + \cos\theta\,\overline{e_Y}$$

Οπότε:

$$\dot{\bar{r}} = \dot{r}\overline{e_r} + r\dot{\theta}\overline{e_\theta}$$

$$\ddot{\bar{r}} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\overline{e_r} + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\overline{e_\theta}$$

Όμως:

$$\overline{e_r} = -\sin(\psi+\beta)\,\overline{e_x} + \cos(\psi+\beta)\,\overline{e_y}$$

$$\overline{e_\theta} = \cos(\psi+\beta)\,\overline{e_x} + \sin(\psi+\beta)\,\overline{e_y}$$

Άρα:

$$\dot{\bar{r}} = \left[-\dot{r}\sin(\psi+\beta) - r\dot{\theta}\cos(\psi+\beta)\right]\overline{e_x} + \left[\dot{r}\cos(\psi+\beta) - r\dot{\theta}\sin(\psi+\beta)\right]\overline{e_y}$$

$$\ddot{\bar{r}} = \left[-\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\sin(\psi+\beta) - \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\cos(\psi+\beta)\right]\overline{e_x} + \left[\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\cos(\psi+\beta) - \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\sin(\psi+\beta)\right]\overline{e_y}$$

Όπου:

$$\tan\psi = \frac{\dot{r}}{r\dot{\theta}}$$

$$\tan\beta = \frac{V_x}{V_y}$$

Οι ταχύτητες V_x, V_y ορίζονται στη συνέχεια

Από τις παραπάνω εξισώσεις ορίζουμε τα εξής μεγέθη:

Διαμήκης ταχύτητα οχήματος: $V_x = \left[-\dot{r}\sin(\psi+\beta) - r\dot{\theta}\cos(\psi+\beta)\right]\overline{e_x}$

Πλευρική ταχύτητα οχήματος: $V_y = \left[\dot{r}\cos(\psi+\beta) - r\dot{\theta}\sin(\psi+\beta)\right]\overline{e_y}$

Διαμήκης επιτάχυνση οχήματος: $a_x = \left[-\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\sin(\psi+\beta) - \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\cos(\psi+\beta)\right]\overline{e_x}$

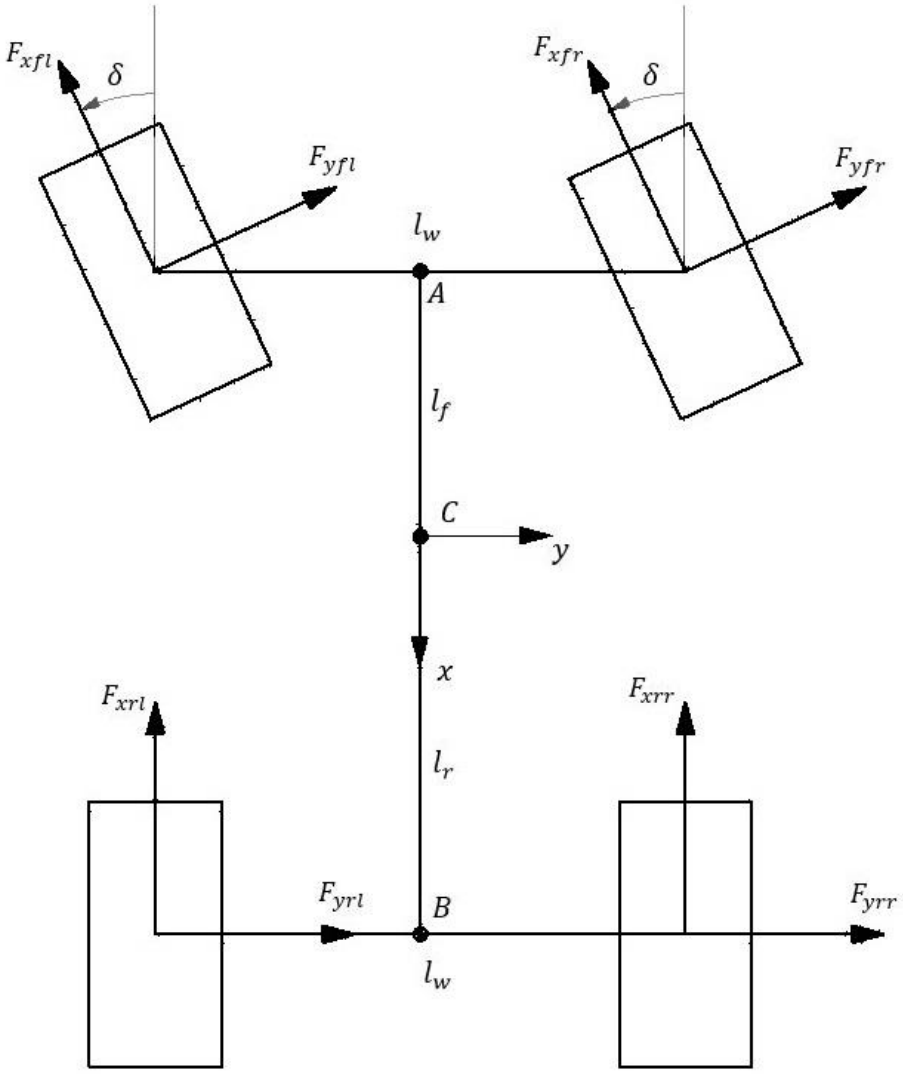
Πλευρική επιτάχυνση οχήματος: $a_y = \left[\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\cos(\psi+\beta) - \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\sin(\psi+\beta)\right]\overline{e_y}$

Τις τιμές των μεγεθών αυτών μπορούμε να τις λαμβάνουμε κάθε χρονική στιγμή από το πρόγραμμα προσομοίωσης.

Κινητική

Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται σε ένα όχημα είναι οι δυνάμεις στους τροχούς (δυνάμεις επαφής μεταξύ ελαστικών και δρόμου) και τα αεροδυναμικά φορτία. Στα αεροδυναμικά φορτία δεν δίνεται ιδιαίτερη σημασία στην παρούσα μελέτη καθώς θεωρούνται αρκετά μικρότερα των δυνάμεων των ελαστικών. Στην προσομοίωση γίνεται μόνο μια εκτίμηση της οπισθέλκουσας που θα εξηγηθεί στο επόμενο κεφάλαιο μαζί με τη συνολική λειτουργία του οδηγού.

Βάσει των παραπάνω, καταστρώνονται οι εξισώσεις κίνησης. Στην εικόνα που ακολουθεί φαίνονται οι δυνάμεις των ελαστικών πάνω στο όχημα. Εδώ φαίνεται και η επέκταση του απλού «μοντέλου ποδηλάτου» με σκοπό να είναι διαφορετικές οι δυνάμεις μεταξύ των αριστερά και δεξιά τροχών κάτι που θα χρειαστεί στη συνέχεια.



Σχήμα 1-3: Επέκταση μοντέλου ποδηλάτου με τέσσερις τροχούς

Οι δυνάμεις των ελαστικών έχουν τοποθετηθεί κατά την θετική φορά, όχι του συστήματος συντεταγμένων του οχήματος αλλά ενός τοπικού συστήματος

συντεταγμένων σε κάθε τροχό. Το σύστημα αυτό είναι γνωστό ως “SAE Tire Axis System” και απεικονίζεται στην ενότητα που περιγράφονται οι δυνάμεις στα ελαστικά (εικόνα 1-3). Ο λόγος που χρησιμοποιείται το σύστημα αυτό είναι για να υπάρχει συμφωνία με τα μοντέλα του προγράμματος προσομοίωσης.

Από τα παραπάνω, οι εξισώσεις κίνησης είναι:

$$\left(F_{xfl} + F_{xfr}\right)\cos\delta + \left(F_{yfl} + F_{yfr}\right)\sin\delta + F_{xrl} + F_{xrr} = -ma_x \qquad (1.1)$$

$$-\left(F_{xfl} + F_{xfr}\right)\sin\delta + \left(F_{yfl} + F_{yfr}\right)\cos\delta + F_{yrl} + F_{yrr} = ma_y \qquad (1.2)$$

$$\begin{aligned}\frac{l_w}{2}\left[\left(F_{xfr} - F_{xfl}\right)\cos\delta + \left(F_{xrr} - F_{xrl}\right) + \left(F_{yfr} - F_{yfl}\right)\sin\delta\right] \\ + l_f\left[\left(F_{xfl} + F_{xfr}\right)\sin\delta - \left(F_{yfl} + F_{yfr}\right)\cos\delta\right] \\ + l_r\left(F_{yrl} + F_{yrr}\right) = I_{ZZ}\ddot{\theta}\end{aligned} \qquad (1.3)$$

1.2.Δυνάμεις ελαστικών

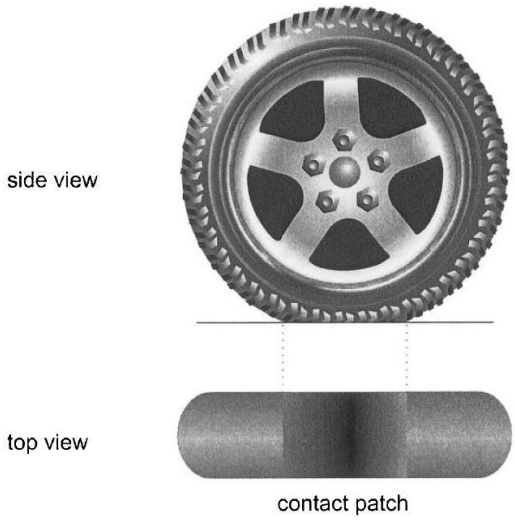
Στις εξισώσεις κίνησης, οι μόνες δυνάμεις που εμφανίζονται είναι αυτές που ασκούνται στους τροχούς λόγω της επαφής του ελαστικού με το οδόστρωμα. Έτσι στην ενότητα αυτή περιγράφεται ο μηχανισμός δημιουργίας των δυνάμεων αυτών.

Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, οι δυνάμεις των ελαστικών υπολογίζονται από υπορουτίνες οι οποίες επικοινωνούν με το *“Motion View”*. Το μοντέλο αυτό αναπτύχθηκε από τον *“TNO”* (Netherlands Organisation for Applied Scientific Research) και είναι βασισμένο στη διάσημη *“Magic Formula”* του Pacejka, μια εμπειρική συνάρτηση που θεωρείται από τις πιο ακριβείς προσεγγίσεις. Το μοντέλο αυτό έχει την εμπορική ονομασία *“MF-Tire/MF-Swift”*. Οι υπορουτίνες υπολογισμού των δυνάμεων στα ελαστικά λαμβάνουν δεδομένα από δύο τύπους αρχείων: Ένα αρχείο (TNO_car205_60R15_m.tir) στο οποίο υπάρχουν όλες οι απαραίτητες πληροφορίες του ελαστικού (διαστάσεις, χαρακτηριστικά αδράνειας, εμπειρικοί συντελεστές κλπ.) και ένα αρχείο (TNO_FlatRoad.rdf) το οποίο περιγράφει το δρόμο με τον οποίο είναι σε επαφή το ελαστικό. Έτσι ο χρήστης μπορεί να αλλάζει ορισμένες από τις παραμέτρους και να προσαρμόσει τα μοντέλα αυτά στις εκάστοτε προσομοιώσεις. Στην εργασία αυτή, δεδομένου ότι θα εξεταστεί η συμπεριφορά των οχημάτων και σε συνθήκες βρεγμένου οδοστρώματος, χρειάζεται να αλλάξει ο συντελεστής που πολλαπλασιάζεται με το λεγόμενο *“peak friction coefficient”* δηλαδή με τον μέγιστο συντελεστή τριβής πριν την ολίσθηση του ελαστικού. Σε συνθήκες στεγνού δρόμου ο συντελεστής αυτός λαμβάνει την τιμή 1 ενώ σε συνθήκες βρεγμένου δρόμου λαμβάνει την τιμή 0.4.

Ακολουθεί μια συνοπτική περιγραφή απλοποιημένων μηχανισμών δημιουργίας δυνάμεων στα ελαστικά. Στη συνέχεια θα παρουσιαστεί η εμπειρική εξίσωση που δίνει τις δυνάμεις των ελαστικών και τέλος θα εξηγηθεί τι συμβαίνει στην γενική περίπτωση συνδυασμένης δύναμης τριβής στο ελαστικό, κομμάτι που αποτελεί και την αιτία της παρούσας μελέτης.

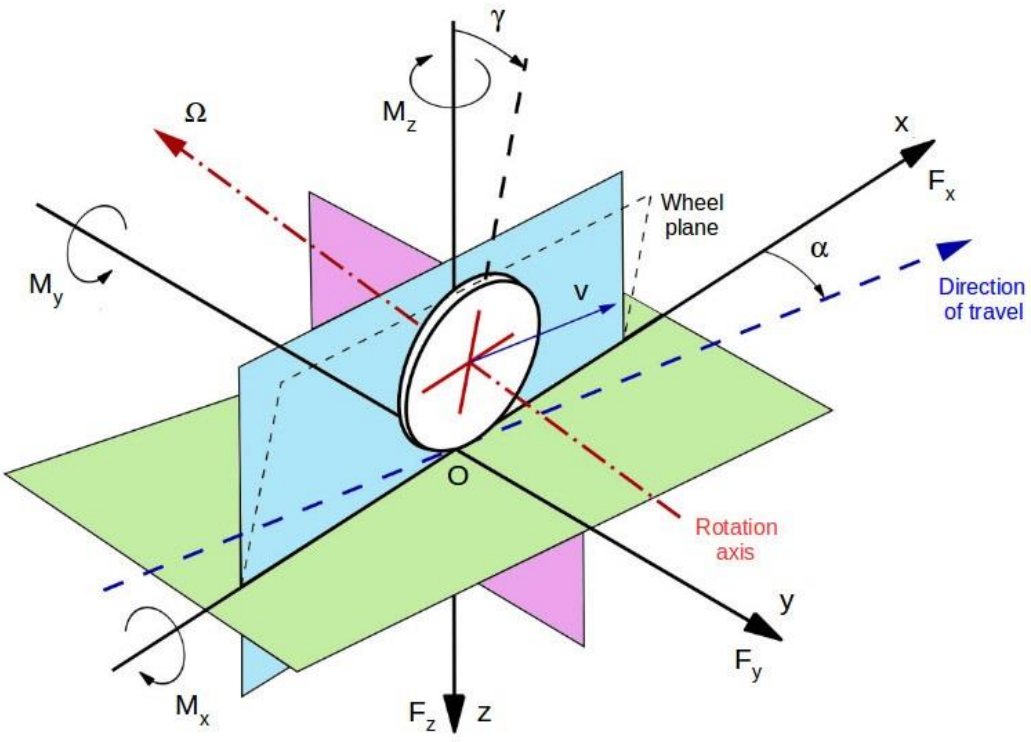
Επαφή ελαστικού – δρόμου

Σε αντίθεση με ένα στιβαρό, μη-παραμορφώσιμο τροχό, τα ελαστικά δεν έρχονται σε επαφή με τον δρόμο μόνο σε ένα σημείο. Το ελαστικά παραμορφώνονται λόγω του κάθετου φορτίου που ασκείται σε αυτά από το όχημα και έτσι η επαφή τους με τον δρόμο δεν είναι σημειακή αλλά γίνεται σε μια περιοχή που ονομάζεται *“contact patch”* και φαίνεται στην εικόνα που ακολουθεί.



Εικόνα 1-2: Περιοχή επαφής ελαστικού-οδοστρώματος

Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο ελαστικό από τον δρόμο υποτίθεται ότι ασκείται στο κέντρο της περιοχής αυτής και αναλύεται σε τρεις συνιστώσες. Στην εργασία αυτή, η ανάλυση των δυνάμεων γίνεται σε ένα σύστημα συντεταγμένων, το λεγόμενο *“SAE Tire Axis System”,* το οποίο φαίνεται στην εικόνα 1-3.



Εικόνα 1-3: Σύστημα συντεταγμένων τροχού κατά "SAE"

Η αρχή του συστήματος συντεταγμένων βρίσκεται στο κέντρο του *"contact patch"*, ο άξονας "x" έχει φορά προς την πορεία που κατευθύνεται ο τροχός, ο άξονας "z" είναι κατακόρυφος σε σχέση με το έδαφος και έχει φορά προς τα κάτω. Ο άξονας "y" προκύπτει από τον ορισμό των άλλων δύο σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Στη γενική περίπτωση χρειάζεται να υπολογίζονται οι τρεις δυνάμεις (F_x, F_y, F_z) και οι τρεις ροπές (M_x, M_y, M_z) που ασκούνται στον τροχό. Για να εξαχθούν τα παραπάνω από ένα μοντέλο ελαστικού χρειάζονται κάποια δεδομένα εισόδου. Στον πίνακα παρουσιάζονται τα διανύσματα με τα δεδομένα εισόδου και εξόδου κατά την κίνηση του τροχού σε επίπεδο ομαλό οδόστρωμα.

	διάνυσμα εισόδου		διάνυσμα εξόδου
ρ $[m]$	ακτινική παραμόρφωση	$F_z\,[N]$	κάθετη δύναμη
σ $[const.]$	μέτρο ολίσθησης	$F_x\,[N]$	διαμήκης δύναμη
α $[rad]$	γωνία πλαγιοπορείας	$F_y\,[N]$	πλευρική δύναμη
ω $[rad/sec]$	γωνιακή ταχύτητα	$M_y\,[Nm]$	αντίσταση κύλισης
φ $[rad]$	περιστροφή	$M_z\,[Nm]$	ροπή επαναφοράς
γ $[rad]$	γωνία κλίσης	$M_x\,[Nm]$	ροπή ανατροπής

Στη συνέχεια εξηγείται ένας απλοποιημένος μηχανισμός δημιουργίας των δυνάμεων F_x και F_y διότι αυτές οι δυνάμεις χρειάζονται στα πλαίσια αυτής της εργασίας.

Διαμήκης δύναμη ελαστικού "F_x"

Η διαμήκης δύναμη του ελαστικού είναι συνάρτηση μεταξύ άλλων και ενός κινηματικού μεγέθους το οποίο ονομάζεται «μέτρο ολίσθησης» *("slip ratio")* και ορίζεται ως εξής:

$$\sigma_x = \begin{cases} \dfrac{r_{eff}\omega_w - V_x}{V_x}, \text{κατά την επιβράδυνση του οχήματος} \\ \dfrac{r_{eff}\omega_w - V_x}{r_{eff}\omega_w}, \text{κατά την επιτάχυνση του οχήματος} \end{cases}$$

Όπου:

V_x : η διαμήκης ταχύτητα του τροχού

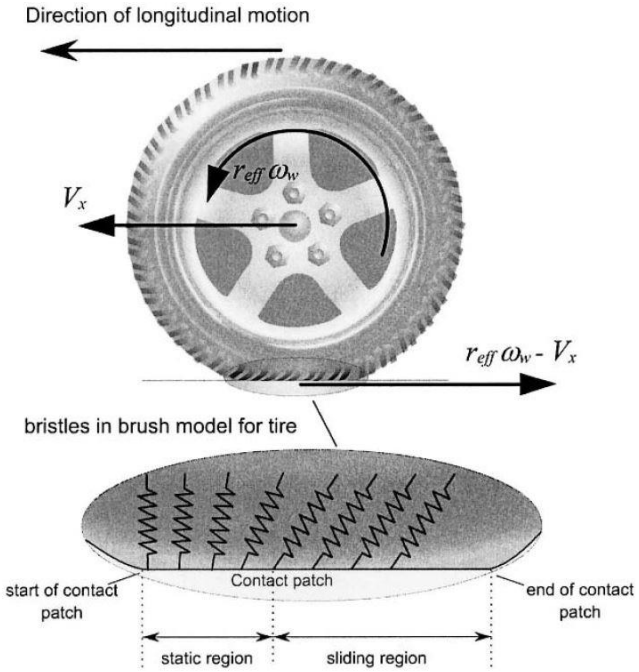
ω_w : η γωνιακή ταχύτητα του τροχού

r_{eff} : η ενεργή ακτίνα του τροχού (μετά την παραμόρφωση του ελαστικού λόγω κάθετου φορτίου F_z)

Ο λόγος που χρησιμοποιείται διαφορετικός ορισμός για τις δύο περιπτώσεις είναι για την αποφυγή αοριστίας. Σε περίπτωση για παράδειγμα που έχουμε έντονη επιβράδυνση (η ροπή που ασκεί το σύστημα φρένων ξεπερνά την ροπή που ασκείται από την δύναμη τριβής) και ο τροχός «κλειδώσει» η γωνιακή ταχύτητα του τροχού μηδενίζεται και έτσι το μέτρο ολίσθησης ορισμένο με την εξίσωση κατά την επιτάχυνση δεν θα είχε νόημα. Οι ορισμοί αυτοί δηλώνουν στην ουσία την απόκλιση από την ιδανική κύλιση χωρίς ολίσθηση. Στην πραγματικότητα βέβαια για μικρές τιμές του μέτρου ολίσθησης δεν έχουμε ολίσθηση αλλά το εξής φαινόμενο το οποίο οφείλεται στην παραμορφωσιμότητα του ελαστικού και στο οποίο βασίζεται η δημιουργία της διαμήκους δύναμης:

Έστω ότι η περιοχή *"contact patch"* που βρίσκεται σε επαφή με τον δρόμο έχει πολύ καλές ιδιότητες πρόσφυσης με αυτόν, δηλαδή το ελαστικό στην περιοχή αυτή είναι «ένα σώμα» με τον δρόμο. Ταυτόχρονα το ελαστικό είναι πακτωμένο και στο σώτρο,

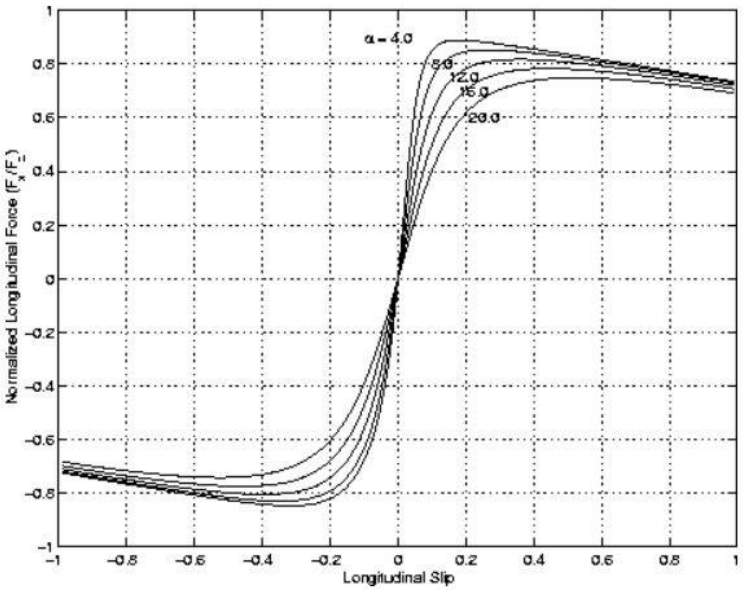
το στιβαρό τμήμα του τροχού, βρίσκεται επομένως μεταξύ δύο διαφορετικών στιβαρών σωμάτων τα οποία και συνδέει. Αν ασκήσουμε μια ροπή στο στιβαρό τμήμα του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του, τότε αυτό θα τείνει να περιστραφεί ασκώντας ροπή στην εσωτερική περιφέρεια του ελαστικού. Από την άλλη η επαφή με τον δρόμο θα προκαλέσει μια εφαπτομενική δύναμη αντίδρασης δηλαδή μια αντίθετη ροπή στην εξωτερική περιφέρεια του ελαστικού. Αυτές οι δύο αντίθετες ροπές που ασκούνται στο ελαστικό είναι η αιτία της παραμόρφωσής του. Προσομοιώνοντας το ελαστικό σαν ένα σύνολο κατάλληλα διατεταγμένων διακριτών ελατηρίων *("brush model")* η παραμόρφωση αυτή φαίνεται στην εικόνα 1-4. Αυτή είναι και η αιτία που η γωνιακή ταχύτητα του τροχού δεν ταυτίζεται με αυτήν που θα είχαμε στην ιδανική «κύλιση χωρίς ολίσθηση». Με την περιστροφή του τροχού η παραμόρφωση του ελαστικού συνεχίζει να υφίσταται απλά διαφορετικό μέρος του ελαστικού εισέρχεται σε αυτή την περιοχή *("sliding region")*.



Εικόνα 1-4: Δημιουργία διαμήκους δύναμης στο ελαστικό

Η παραμόρφωση αυτή είναι η αιτία που το ελαστικό εφελκύει το πίσω μέρος του τροχού προς την κατεύθυνση του *"contact patch"* δηλαδή προς τον δρόμο. Αυτή η εφελκυστική δύναμη είναι η διαμήκης δύναμη που ασκείται στον τροχό από τον δρόμο και τελικά, επιταχύνει το όχημα.

Πειραματικά αποτελέσματα δείχνουν ότι μέχρι ορισμένη τιμή του μέτρου ολίσθησης η διαμήκης δύναμη είναι γραμμική συνάρτηση αυτού, ενώ μετά από μια τιμή γίνεται ισχυρά μη γραμμική όπως φαίνεται ενδεικτικά στο παρακάτω διάγραμμα. Επιπλέον φαίνεται και η επίδραση που έχει η γωνία πλαγιοπορείας: όσο αυτή αυξάνεται παρατηρείται ότι μειώνεται η διαμήκης δύναμη και ταυτόχρονα αυξάνεται η μη γραμμικότητα της συνάρτησης $F_x(\sigma)$.



Εικόνα 1-5: Εξάρτηση της διαμήκους δύναμης από το μέτρο ολίσθησης για διαφορετικές τιμές της γωνίας πλαγιοπορείας

Πλευρική δύναμη ελαστικού "F_y"

Η πλευρική δύναμη του ελαστικού είναι συνάρτηση μεταξύ άλλων και μίας γωνίας που ονομάζεται «γωνία πλαγιοπορείας» *("slip angle")* η οποία ορίζεται ως η γωνία μεταξύ του διανύσματος της ταχύτητας του κέντρου του τροχού και του επιπέδου XZ όπως αυτό ορίζεται στο σύστημα συντεταγμένων της εικόνας 1-3. Διαφορετικά, ο ορισμός δίνεται και από τις εξισώσεις:

$$\alpha_f = \delta - \frac{V_{fy}}{V_{fx}} \text{ , για τους εμπρόσθιους τροχούς}$$

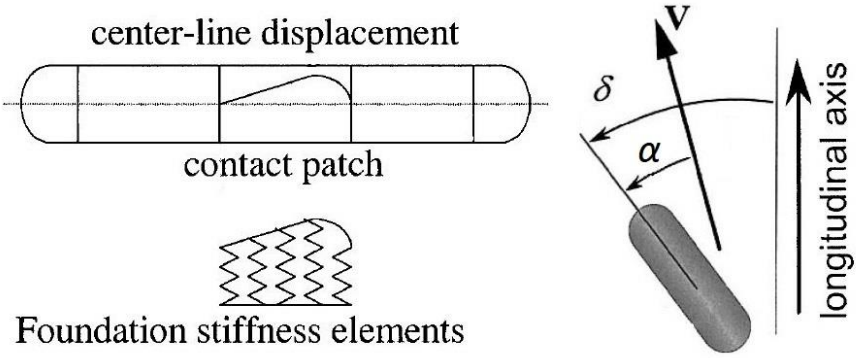
$$\alpha_r = -\frac{V_{ry}}{V_{rx}} \text{ , για τους οπίσθιους τροχούς}$$

Όπου:

V_f, V_r : οι ταχύτητες των κέντρων των μπροστά και πίσω τροχών αντίστοιχα

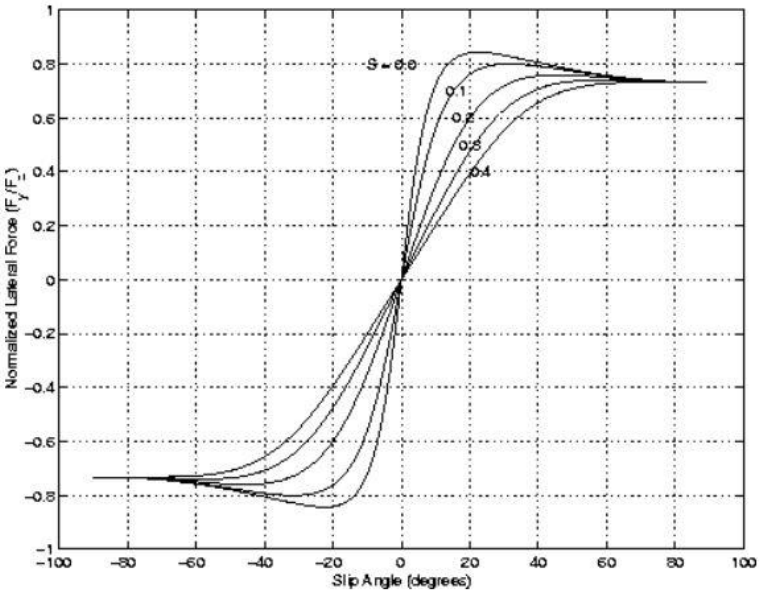
δ : η γωνία διεύθυνσης των μπροστά τροχών

Η γωνία αυτή εκφράζει στην ουσία την διατμητική παραμόρφωση του ελαστικού. Όπως αναφέρθηκε, η περιοχή *"contact patch"* παραμένει σε επαφή με τον δρόμο. Όμως το επίπεδο του τροχού αλλάζει διεύθυνση ακολουθώντας την κίνηση που του επιβάλλεται λόγω της σύνδεσης του με το σώμα του αυτοκινήτου μέσα από τα μέλη της ανάρτησης. Έτσι το ελαστικό εφόσον βρίσκεται μεταξύ των δύο σωμάτων, του οδοστρώματος και του τροχού του οχήματος, παραμορφώνεται. Αυτή η παραμόρφωση η οποία δημιουργεί την γωνία πλαγιοπορείας, είναι η αιτία δημιουργίας των πλευρικών δυνάμεων στο ελαστικό. Στην εικόνα 1-6 φαίνεται ένα ισοδύναμο μοντέλου ελαστικού το οποίο αποτελείται από διακριτά ελατήρια για να γίνει κατανοητός ο μηχανισμός δημιουργίας πλευρικής δύναμης *("brush model").*



Εικόνα 1-6: Δημιουργία εγκάρσιας δύναμης στο ελαστικό

Σε αντιστοιχία με το μέτρο ολίσθησης, πειραματικά αποτελέσματα δείχνουν ότι μέχρι συγκεκριμένη τιμή της γωνίας πλαγιοπορείας η πλευρική δύναμη είναι γραμμική συνάρτηση αυτής. Σε αντιστοιχία με όσα ειπώθηκαν για την διαμήκη δύναμη, η πλευρική δύναμη μειώνεται με την αύξηση του μέτρου ολίσθησης ενώ παράλληλα αυξάνεται και η μη γραμμικότητα της συνάρτησης $F_y(\alpha)$.



Εικόνα 1-7: Εξάρτηση της εγκάρσιας δύναμης από τη γωνία πλαγιοπορείας για διαφορετικές τιμές του μέτρου ολίσθησης

Λίγα λόγια για το μοντέλο "Magic Formula"

Πρωτύτερα αναφέρθηκε πως οι δυνάμεις F_x και F_y είναι γραμμικές συναρτήσεις των "slip ratio" και "slip angle" αντίστοιχα, για ένα εύρος των τιμών των μεγεθών αυτών. Αυτή η θεώρηση όμως παύει να ισχύει αν ξεπεράσουμε αυτό το εύρος. Επιπλέον, στα παραπάνω δεν λαμβάνεται υπόψιν η συνδυασμένη φόρτιση του ελαστικού. Ένα πιο εκλεπτυσμένο μοντέλο το οποίο δίνει τη δυνατότητα υπολογισμού δυνάμεων και ροπών σε ένα πιο ευρύ φάσμα συνθηκών λειτουργίας του ελαστικού και με μεγαλύτερη ακρίβεια είναι το ημι-εμπειρικό μοντέλο "Magic Formula". Το μοντέλο αυτό αποκαλείται ημι-εμπειρικό επειδή μερικές από τις εξισώσεις βασίζονται σε φυσικό-θεωρητικά μοντέλα, αλλά παράλληλα κάνουν χρήση πειραματικών δεδομένων. Η ονομασία "Magic Formula" προέκυψε από την ιδιαίτερη δυνατότητα προσαρμογής σε οποιαδήποτε πειραματικά δεδομένα, ανεξάρτητα από τις φυσικές ιδιότητες του

ελαστικού, με την χρήση ορισμένων παραμέτρων. Η εξίσωση για συγκεκριμένες τιμές κάθετου φορτίου και γωνίας κλίσης τροχού μπορεί να γραφεί ως:

$$y(x) = D\sin\Big(C\cdot atan\Big(Bx - E\big(Bx - atan(Bx)\big)\Big)\Big)$$

Όπου:

$$Y(x) = y(x) + S_v$$

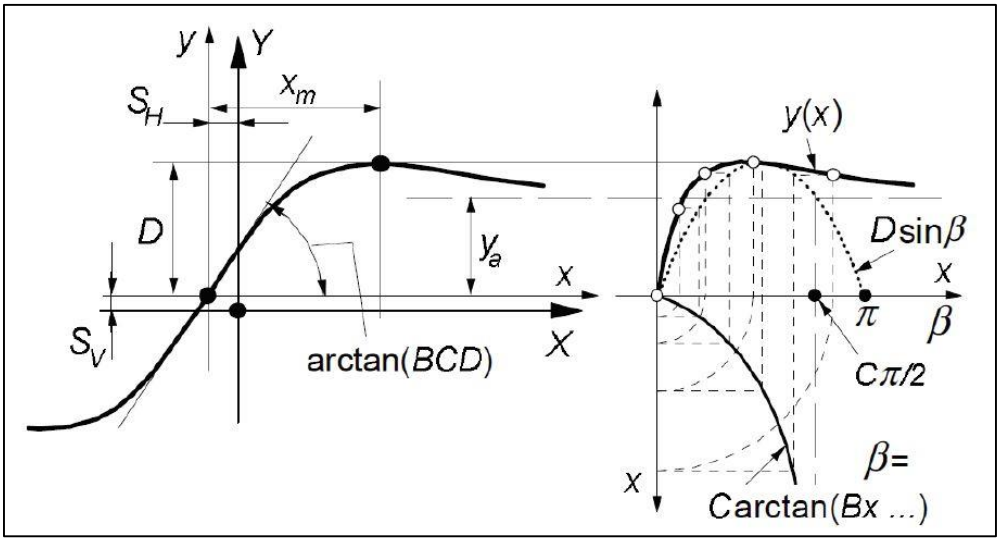
$$x = X + S_H$$

$Y(x)$ είναι το ζητούμενο μέγεθος και μπορεί να είναι η πλευρική δύναμη F_y όταν σαν δεδομένο εισόδου X ορίζεται η γωνία πλαγιοπορείας, είτε η διαμήκης δύναμη F_x όταν σαν δεδομένο εισόδου X ορίζεται το μέτρο ολίσθησης.

Οι υπόλοιπες παράμετροι ορίζονται ως:

B	παράγοντας στιβαρότητας	*E*	παράγοντας καμπυλότητας
C	παράγοντας προσαρμογής	S_H	οριζόντια μετατόπιση
D	μέγιστη τιμή	S_V	κατακόρυφη μετατόπιση

Στις παραμέτρους αυτούς λαμβάνεται υπόψιν το κάθετο φορτίο του τροχού καθώς και η γωνία κλίσης του ελαστικού. Η παραπάνω εξίσωση φαίνεται γραφικά στο σχήμα που ακολουθεί:



Εικόνα 1-8: Γραφική παράσταση του μοντέλου "Magic Formula"

Συνδυασμένη φόρτιση ελαστικού

Η διαμήκης και η κάθετη δύναμη του ελαστικού προστιθέμενες διανυσματικά δίνουν την συνισταμένη δύναμη τριβής η οποία επιταχύνει το αυτοκίνητο (αλλάζοντας τόσο το μέτρο όσο και την διεύθυνση του διανύσματος της ταχύτητας).

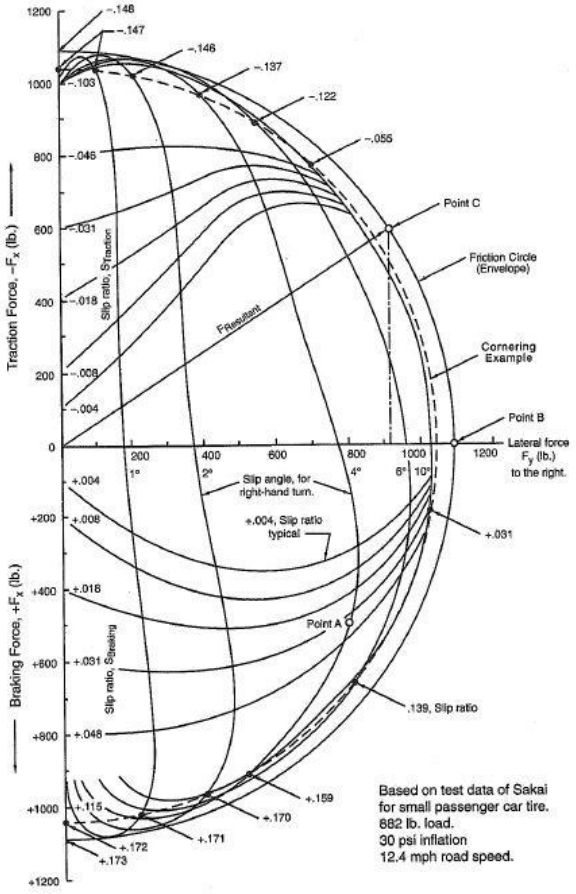
$$\overline{F_{friction}} = F_X\overline{e_X} + F_Y\overline{e_Y}$$

Όμως το μέτρο της δύναμης τριβής έχει συγκεκριμένο όριο (μέγιστη τιμή) το οποίο εξαρτάται κυρίως από το κάθετο φορτίο στον τροχό και τις ιδιότητες πρόσφυσης

ελαστικού-δρόμου. Επομένως η διαμήκης και πλευρική δύναμη δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους αφού τα παραπάνω μεταφράζονται στον περιορισμό:

$$\sqrt{{F_X}^2 + {F_Y}^2} \leq \left|F_{friction_max}\right|$$

Η παραπάνω εξίσωση περιγράφει τον κυκλικό δίσκο όπως φαίνεται στην εικόνα 1-9 που ακολουθεί. Στην γενική περίπτωση το μέτρο της δύναμης $F_{friction_max}$ δεν είναι σταθερό αλλά συνάρτηση της διεύθυνσης της. Έτσι έχουμε εξίσωση που περιγράφει ελλειπτικό δίσκο αντί για κυκλικό. Η απλοποίηση εδώ γίνεται για την κατανόηση της βασικής ιδέας. Στο σχήμα φαίνεται ότι για μια δεδομένη πλευρική δύναμη μπορεί να αναπτυχθεί ορισμένη διαμήκης δύναμη (και το αντίστροφο). Αν καταστρατηγηθεί ο παραπάνω περιορισμός τότε χάνεται η πρόσφυση μεταξύ ελαστικού και οδοστρώματος. Η τριβή ολίσθησης είναι σημαντικά μικρότερη της $F_{friction_max}$ και επομένως ο τροχός ολισθαίνει. Δραστική μείωση της δύναμης τριβής ενδέχεται να επιφέρει επικίνδυνα αποτελέσματα καθώς χάνεται ο έλεγχος του οχήματος.



Εικόνα 1-9: "Κύκλος τριβής" ελαστικού

Με βάση τα παραπάνω γίνεται η εξής υπόθεση: Ένα όχημα βρίσκεται σε στροφή και τα ελαστικά είναι ήδη επιβαρυμένα με μεγάλο πλευρικό φορτίο. Σε περίπτωση που ο οδηγός επιχειρήσει ταυτόχρονα την διαμήκη επιτάχυνση του οχήματος, οι κινητήριοι τροχοί θα κληθούν να δεχτούν επιπλέον δυνάμεις. Όμως αν ξεπεραστεί έτσι το όριο της δύναμης τριβής όπως εξηγήθηκε πρωτύτερα, τότε οι κινητήριοι τροχοί πρόκειται να ολισθήσουν και το όχημα ενδέχεται να εκτραπεί από την επιθυμητή τροχιά.

Το παραπάνω υποθετικό σενάριο είναι ένα απλό παράδειγμα που οδηγεί στο ερώτημα του πως (και πόσο) επηρεάζει τη συμπεριφορά ενός οχήματος η εφαρμογή της διαμήκους δύναμης στους μπροστά, στους πίσω, ή σε όλους τους τροχούς.

Μια πρώτη σκέψη είναι ότι μοιράζοντας την διαμήκη δύναμη σε τέσσερις τροχούς ο κάθε ένας έχει παραπάνω περιθώρια για την ανάπτυξη πλευρικής δύναμης. Όμως η κατανομή του πλευρικού φορτίου δεν είναι ίδια σε όλους τους τροχούς καθώς εξαρτάται έντονα από την κατανομή μάζας του οχήματος, την διαμήκη και την πλευρική επιτάχυνση. Επιπλέον το κάθετο φορτίο δεν είναι ίδιο για όλους τους τροχούς, αφού η κατανομή του επηρεάζεται έντονα από τις επιταχύνσεις του οχήματος και έτσι αλλάζει και η πρόσφυση κάθε τροχού. Τέλος τα παραπάνω αποτελούν μια απλοποίηση των φαινομένων με σκοπό την κατανόηση της βασικής ιδέας. Στη γενική περίπτωση τα φαινόμενα είναι μεταβατικά (transient) οπότε το πραγματικό πρόβλημα παραμένει πιο σύνθετο και απαιτείται περεταίρω μελέτη μέσω κατάλληλων προσομοιώσεων.

1.3.Κριτήριο ευστάθειας

Ποιοτικά, ένα δυναμικό σύστημα χαρακτηρίζεται ευσταθές, αν ξεκινώντας από μία αρχική κατάσταση κοντά στην επιθυμητή κατάσταση λειτουργίας, το σύστημα θα παραμείνει εξίσου κοντά στην κατάσταση αυτή και αργότερα. Το πιο κλασσικό παράδειγμα είναι αυτό του εκκρεμούς: Το σύστημα έχει δύο σημεία ισορροπίας, ένα ευσταθές και ένα ασταθές.

Στην προηγούμενη ενότητα παρουσιάστηκε η βασική ιδέα που οδηγεί στην υπόθεση ότι η κατανομή της διαμήκους δύναμης στα ελαστικά μπορεί να επηρεάσει την δυναμική συμπεριφορά ενός οχήματος. Για να αξιολογηθεί η παραπάνω πρόταση, είναι αναγκαία η ποσοτική ανάλυση μεγεθών, ή ύπαρξη δηλαδή αντικειμενικών κριτηρίων.

Αρχικά πρέπει να γίνει επιλογή των μεταβλητών των οποίων οι αποκρίσεις θεωρούνται αντιπροσωπευτικός δείκτης για την συνολική δυναμική συμπεριφορά ενός οχήματος. Βάσει του προηγούμενου σεναρίου, γίνεται κατανοητό ότι οι βαθμοί ελευθερίας που επηρεάζονται κατά κύριο λόγο είναι οι “x”, “y” και “θ” δηλαδή η επίπεδη κίνηση του οχήματος. Για τον λόγο αυτό αναπτύχθηκε και το απλοποιημένο μοντέλο στο πρώτο μέρος του κεφαλαίου αυτού. Σε ένα όχημα όμως πρακτικά δεν είναι δυνατό να προσδιορίζεται η θέση του και ο προσανατολισμός του απόλυτα καθώς δεν υπάρχει πάντα συγκεκριμένη τροχιά σαν αναφορά. Είναι όμως γνωστό ότι δεδομένης της γωνίας τιμονιού και της διαμήκους ταχύτητας του οχήματος (μεγέθη τα οποία ο οδηγός επηρεάζει άμεσα) το όχημα οφείλει από την κινηματική του να έχει συγκεκριμένη πλευρική και γωνιακή ταχύτητα. Έτσι οι καταλληλότερες μεταβλητές για την αξιολόγηση της κίνησης ενός οχήματος είναι η γωνιακή του ταχύτητα, $\dot{\theta}$ και η γωνία πλαγιοπορείας, $\beta = \frac{V_y}{V_x}$.

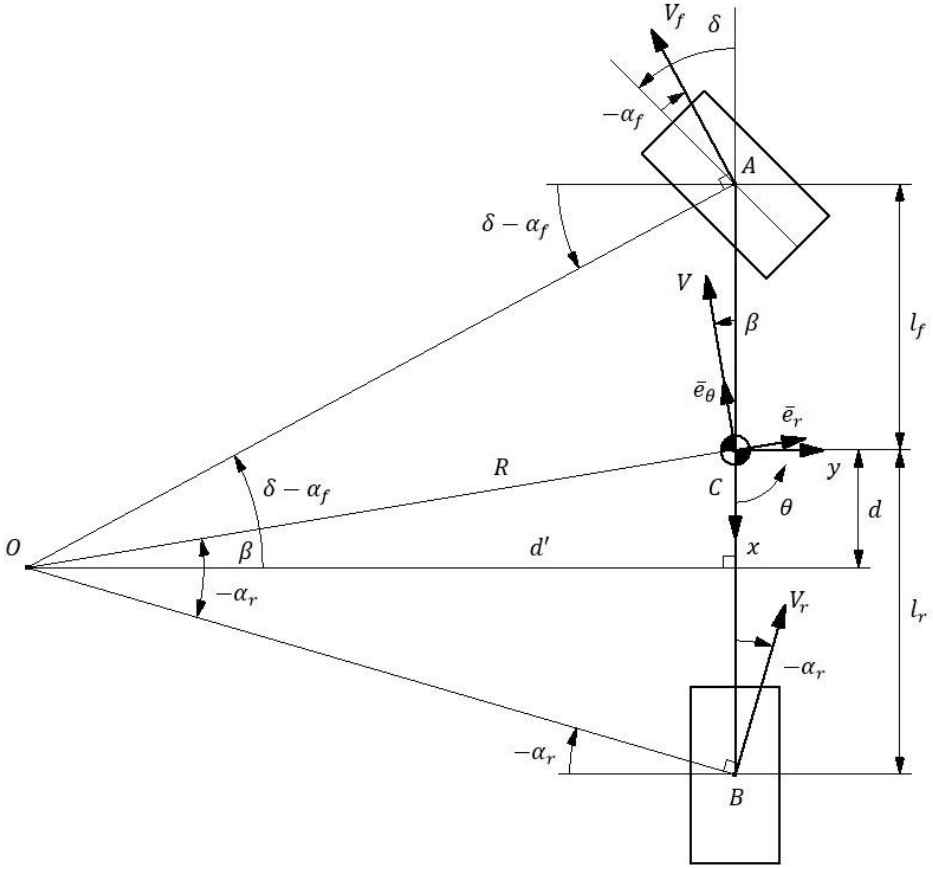
Στη συνέχεια, είναι απαραίτητο να οριστούν επιθυμητές αποκρίσεις για τις καταστάσεις αυτές οι οποίες θα χρησιμοποιούνται σαν αναφορά. Οι επιθυμητές αποκρίσεις των καταστάσεων αυτών εκτιμώνται με βάσει το απλοποιημένο μοντέλο οχήματος της ενότητας 1.1 και ακολουθεί στη συνέχεια.

Για να ορίσουμε επιθυμητές αποκρίσεις θεωρούμε όχημα το οποίο διαγράφει τροχιά σταθερής ακτίνας R. Έτσι οι εξισώσεις της κινηματικής υποθέτοντας ότι: $r = R = \sigma\tau\alpha\theta$. γίνονται:

$$\dot{\bar{r}} = \left[-R\dot{\theta}\cos\beta\right]\overline{e_x} + \left[-R\dot{\theta}\sin\beta\right]\overline{e_y}$$

$$\ddot{\bar{r}} = \left[R\dot{\theta}^2\sin\beta - R\ddot{\theta}\cos\beta\right]\overline{e_x} + \left[-R\dot{\theta}^2\cos\beta - R\ddot{\theta}\sin\beta\right]\overline{e_y}$$

Από το μοντέλο ποδηλάτου μπορούν να εκτιμηθούν οι επιθυμητές αποκρίσεις των μεταβλητών που αναφέρθηκαν.



Σχήμα 1-4: Μοντέλο ποδηλάτου

Από την παραπάνω γεωμετρία προκύπτουν τα εξής:

$$\tan\alpha_r = \frac{l_r - R\sin\beta}{R\cos\beta}$$

$$\tan\left(\delta - \alpha_f\right) = \frac{l_f + R\sin\beta}{R\cos\beta}$$

Υποθέτοντας ότι η γωνία β είναι μικρή και ότι $l_f, l_r \ll R$ από τις παραπάνω εξισώσεις παίρνουμε ότι:

$$\delta - a_f + a_r = \frac{L}{R} \qquad (1.4)$$

Όπου: $L = l_f + l_r$

Για το μοντέλο ποδηλάτου που απεικονίζεται πιο πάνω ισχύουν:

$l_w = 0$

$F_{xfl} + F_{xfr} = F_{xf}$, $F_{yfl} + F_{yfr} = F_{yf}$

$F_{xrl} + F_{xrr} = F_{xr}$, $F_{yrl} + F_{yrr} = F_{yr}$

Άρα οι εξισώσεις κίνησης *1.2* και *1.3* γίνονται:

$$-F_{xf}\sin\delta + F_{yf}\cos\delta + F_{yr} = m\left(-R\dot{\theta}^2\right)$$

$$l_f\left(F_{xf}\sin\delta - F_{yf}\cos\delta\right) + l_r F_{yr} = I_{ZZ}\ddot{\theta}$$

Πλέον ισχύει ότι $V_x = -R\dot{\theta}$ και $a_x = -R\ddot{\theta}$. Έτσι αντικαθιστώντας στις παραπάνω εξισώσεις προκύπτει ότι:

$$-F_{xf}\sin\delta + F_{yf}\cos\delta + F_{yr} = -m\frac{{V_x}^2}{R}$$

$$l_f\left(F_{xf}\sin\delta - F_{yf}\cos\delta\right) + l_r F_{yr} = -I_{ZZ}\frac{a_x}{R}$$

Λύνοντας το παραπάνω σύστημα ως προς τις πλευρικές δυνάμεις έχουμε:

$$F_{yf} = -\frac{ml_r{V_x}^2 - I_{zz}a_x}{LR}$$

$$F_{yr} = -\frac{ml_f{V_x}^2 + I_{zz}a_x}{LR}$$

Υποθέτοντας μικρές γωνίες “slip angle”, σύμφωνα με όσα ειπώθηκαν στο πρώτο κεφάλαιο, οι πλευρικές δυνάμεις είναι γραμμικές συναρτήσεις αυτών:

$$F_{yf} = 2C_{af}\alpha_f$$

$$F_{yr} = 2C_{ar}\alpha_r$$

Όπου:

C_{af}, C_{ar} $\left[{}^{N}/_{rad}\right]$ οι συντελεστές στιβαρότητας των εμπρόσθιων και οπίσθιων ελαστικών αντίστοιχα. Στα μοντέλα προσομοίωσης $C_{af} = C_{ar} = 51.000\left[{}^{N}/_{rad}\right]$.

Έτσι, αντικαθιστώντας στις παραπάνω εξισώσεις και λύνοντας ως προς τις γωνίες “slip angle” παίρνουμε ότι:

$$\alpha_f = -\frac{ml_r{V_x}^2 - I_{zz}a_x}{2C_{af}LR}$$

$$\alpha_r = -\frac{ml_f{V_x}^2 + I_{zz}a_x}{2C_{ar}LR}$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω εκφράσεις στην εξίσωση *1.4* έχουμε:

$$\delta + \frac{ml_r{V_x}^2 - I_{zz}a_x}{2C_{af}LR} - \frac{ml_f{V_x}^2 + I_{zz}a_x}{2C_{ar}LR} = \frac{L}{R}$$

Λύνοντας ως προς την ακτίνα R:

$$R = \frac{m\left(l_f C_{af} - l_r C_{ar}\right){V_x}^2 + I_{zz} a_x \left(C_{ar} + C_{af}\right) + 2C_{af} C_{ar} L^2}{2C_{af} C_{ar} L} \frac{1}{\delta}$$

Όμως $V_x = -R\dot{\theta}$ άρα:

$$\dot{\theta}_{des} = \frac{2C_{af} C_{ar} L V_x}{m\left(l_r C_{ar} - l_f C_{af}\right){V_x}^2 - I_{zz} a_x \left(C_{ar} + C_{af}\right) - 2C_{af} C_{ar} L^2} \delta \qquad (1.5)$$

Ανακαλούμε από την γεωμετρία του σχήματος 1-4 την εξίσωση:

$$\tan \alpha_r = \frac{l_r - R \sin \beta}{R \cos \beta} \xrightarrow{\alpha_r, \beta \ \mu\iota\kappa\rho\acute{\epsilon}\varsigma} \beta = \frac{l_r}{R} - \alpha_r \Rightarrow \beta = \frac{l_r}{R} + \frac{m l_f {V_x}^2 + I_{zz} a_x}{2C_{ar} L R}$$

Αντικαθιστώντας την ακτίνα *R* από την παραπάνω έκφραση και μετά από πράξεις εμφανίζεται ο όρος $\dot{\theta}_{des}$ επομένως η εξίσωση που δίνει την επιθυμητή *slip angle* του οχήματος γίνεται:

$$\beta_{des} = -\frac{2C_{ar} l_r L + m l_f {V_x}^2 + I_{zz} a_x}{2C_{ar} L V_x} \dot{\theta}_{des} \qquad (1.6)$$

Τα μεγέθη $\dot{\theta}_{des}$ και β_{des} είναι οι επιθυμητές *(desired)* αποκρίσεις των συναρτήσεων $\dot{\theta}$ και β ενός οχήματος. Παρατηρείται ότι $\dot{\theta}_{des} = f(V_x, a_x, \delta)$ και $\beta_{des} = g(V_x, a_x, \delta)$ δηλαδή οι μεταβλητές που απαιτούνται για την εκτίμηση των επιθυμητών καταστάσεων είναι η διαμήκης ταχύτητα, η διαμήκης επιτάχυνση και η γωνία διεύθυνσης των τροχών. Δηλαδή μπορούμε να εκτιμήσουμε την επιθυμητή κατάσταση ενός οχήματος από την ταχύτητα που έχει (V_x) και από τις δύο δράσεις του οδηγού (δ και a_x).

Τα υπόλοιπα μεγέθη που εμφανίζονται στις εξισώσεις είναι σταθερά για το όχημα και οι τιμές τους αναγράφονται στον πίνακα που ακολουθεί:

l_f	$1{,}056\ [m]$
l_r	$1{,}644\ [m]$
l_w	$1{,}5\ [m]$
m	$1474{,}015\ [kg]$
I_{zz}	$2{,}641 \cdot 10^3\ [kg \cdot m^2]$
C_{af}	$51000\ \left[{}^{N}/_{rad}\right]$
C_{ar}	$51000\ \left[{}^{N}/_{rad}\right]$

Στη συνέχεια της εργασίας θα χρειαστούν και οι παράγωγοι των παραπάνω μεγεθών οπότε ο υπολογισμός τους γίνεται εδώ:

$$\ddot{\theta}_{des} = \frac{2C_{af}C_{ar}L(\dot{V}_x\delta+V_x\dot{\delta})\left[m(l_rC_{ar}-l_fC_{af})V_x{}^2-I_{zz}a_x(C_{ar}+C_{af})-2C_{af}C_{ar}L^2\right]-2C_{af}C_{ar}LV_x\delta\left[2m(l_rC_{ar}-l_fC_{af})V_x\dot{V}_x-I_{zz}(C_{af}+C_{ar})\dot{a}_x\right]}{\left[m(l_rC_{ar}-l_fC_{af})V_x{}^2-I_{zz}a_x(C_{ar}+C_{af})-2C_{af}C_{ar}L^2\right]^2}$$

$$\dot{\beta}_{des} = -\frac{\left[(2ml_fV_x\dot{V}_x+I_{zz}\dot{a}_x)\dot{\theta}_{des}+(2C_{ar}Ll_r+ml_fV_x{}^2+I_{zz}a_x)\ddot{\theta}_{des}\right]2C_{ar}LV_x-2C_{ar}L\dot{V}_x(2C_{ar}Ll_r+ml_fV_x{}^2+I_{zz}a_x)\dot{\theta}_{des}}{(2C_{ar}LV_x)^2}$$

Παρατηρείται ότι $\ddot{\theta}_{des} = h\left(V_x, a_x, \delta, \dot{V}_x, \dot{a_x}, \dot{\delta}\right)$ και $\dot{\beta}_{des} = k\left(V_x, a_x, \delta, \dot{V}_x, \dot{a_x}, \dot{\delta}\right)$ δηλαδή οι μεταβλητές που απαιτούνται για την εκτίμηση των επιθυμητών καταστάσεων είναι η διαμήκης ταχύτητα, η διαμήκης επιτάχυνση, η γωνία διεύθυνσης των τροχών και οι παράγωγοί τους. Τα παραπάνω δεδομένα εισόδου για την εκτίμηση των αποκρίσεων λαμβάνονται κάθε χρονική στιγμή από το πρόγραμμα επίλυσης. Για να την εύρεση των παραγώγων κάθε μεγέθους εκτιμάται ότι:

$$\frac{df}{dt} \approx \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(t) - f(t-\mathrm{h})}{\Delta t} = \frac{f - DELAY(f, dt, ic)}{TIME - DELAY(TIME, dt, ic)}$$

Όπου:

f η εκάστοτε συνάρτηση της οποίας υπολογίζεται η παράγωγος

$TIME$ η συνάρτηση του προγράμματος που επιστρέφει τον χρόνο του βήματος επίλυσης

$DELAY(val, dt, ic)$ η συνάρτηση του προγράμματος η οποία επιστρέφει την τιμή της μεταβλητής val πριν από χρόνο dt και ic η τιμή που επιστρέφει η συνάρτηση όταν $current\ time - dt < simulation\ start\ time$.

Ορίζεται το σφάλμα από την επιθυμητή κατάσταση ως:

$$s = \left(\dot{\theta} - \dot{\theta}_{des}\right) + \xi(\beta - \beta_{des}) \qquad \xi \epsilon R \text{ και } \xi > 0$$

Η παράμετρος "ξ" είναι συντελεστής βαρύτητας που καθορίζεται ανάλογα με το ποιο θεωρείται πιο σημαντικό χαρακτηριστικό της απόκρισης. Το σφάλμα s μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν δείκτης απόκλισης από την επιθυμητή κατάσταση δίνοντας έτσι μια ποσοτική ερμηνεία του τι σημαίνει «ευστάθεια» στα πλαίσια αυτής της εργασίας. Ένα πρόβλημα που παραμένει είναι ότι η παράμετρος ξ εκλέγεται αυθαίρετα. Επειδή όμως το ίδιο σφάλμα και η παράγωγός του χρησιμοποιούνται στο κεφάλαιο 3 για τον έλεγχο του οχήματος, η παράμετρος αυτή ορίζεται κατά τη ρύθμιση του ελεγκτή με στόχο την επιθυμητή απόκριση του συστήματος ελέγχου. Έτσι η ίδια τιμή χρησιμοποιείται και στα μοντέλα παθητικής μετάδοσης ισχύος.

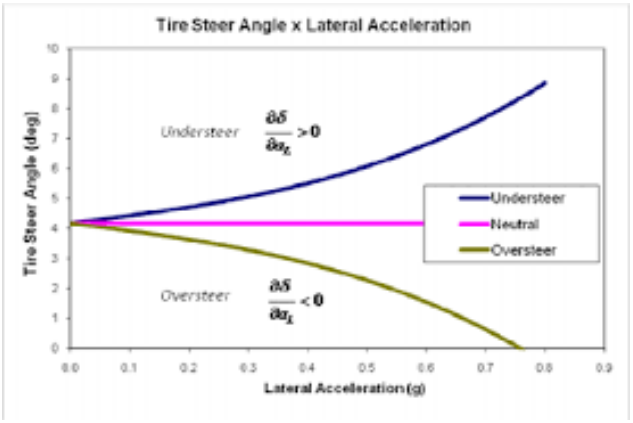
Εκτός από τα παραπάνω, ένα κλασσικό διάγραμμα που συνεισφέρει στην αξιολόγηση της συμπεριφοράς ενός οχήματος είναι το διάγραμμα γωνίας τροχών - πλευρικής επιτάχυνσης ($\delta - \alpha_y$). Το διάγραμμα αυτό μπορεί να σχεδιαστεί όταν το όχημα εκτελεί κυκλική τροχιά και χρησιμοποιείται για να διαπιστωθεί αν κάποιο όχημα εμφανίζει τάση «υποστροφής», «υπερστροφής» ή τέλος αν είναι «ουδέτερο».

Σε ένα «ουδέτερο» όχημα το οποίο διαγράφει κυκλική τροχιά, η αύξηση της διαμήκους ταχύτητας, άρα και της πλευρικής επιτάχυνσης, δεν οδηγεί σε αλλαγή της γωνίας τιμονιού. Αυτό γιατί η δύναμη αδράνειας ($m \cdot a_y$) εξισορροπείται με όμοιο τρόπο από τις πλευρικές δυνάμεις των μπροστά και πίσω τροχών. Για παράδειγμα ένα τέτοιο όχημα έχει κατανομή μάζας 50-50 και όμοια ελαστικά μπροστά και πίσω.

Σε ένα «υποστροφικό» όχημα, η αύξηση της πλευρικής επιτάχυνσης οδηγεί σε αύξηση της γωνίας τιμονιού. Αυτό γιατί η αύξηση της δύναμης αδράνειας απαιτεί μεγαλύτερη πλευρική δύναμη από τους μπροστά τροχούς. Αυτό συμβαίνει είτε γιατί το κέντρο μάζας βρίσκεται πιο κοντά στους μπροστά τροχούς είτε γιατί η στιβαρότητα των μπροστά ελαστικών είναι χαμηλότερη.

Σε ένα «υπερστροφικό» όχημα συμβαίνει ακριβώς το αντίστροφο από ότι σε ένα «υποστροφικό» για αντίστοιχους λόγους.

Οι όροι αυτοί είναι καθιερωμένοι κατά ISO και η σημασία τους εξηγείται στο διάγραμμα που ακολουθεί στη συνέχεια.



Εικόνα 1-10: Εξάρτηση της γωνίας τιμονιού από την πλευρική επιτάχυνση του οχήματος και χαρακτηρισμός της συμπεριφοράς του

Συνήθως τα παραπάνω μπορούν γενικά να εκτιμηθούν χωρίς να χρειάζεται η απόκριση ενός οχήματος. Αυτό γιατί η συμπεριφορά επηρεάζεται κυρίως από την κατανομή μάζας και την στιβαρότητα των ελαστικών δηλαδή από έναν δείκτη ο οποίος ονομάζεται “Steering Factor” και ορίζεται ως:

$$K = \frac{m\left(l_r C_{ar} - l_f C_{af}\right)}{2 C_{af} C_{ar} L^2}$$

Για παράδειγμα αν $l_f = l_r$ και $C_{af} = C_{ar}$ τότε $K = 0$ και το όχημα είναι «ουδέτερο».

Στα πλαίσια της εργασίας αυτής όλα τα μοντέλα είναι πανομοιότυπα πλην του συστήματος μετάδοσης ισχύος και έτσι ο συντελεστής “Steering Factor” ίδιος. Παρόλα αυτά, εφόσον είναι εφικτό να υπολογίζεται η απόκριση της γωνίας τιμονιού κάθε οχήματος μπορεί το παραπάνω διάγραμμα να φανεί χρήσιμο αφού έτσι φαίνεται αν κάποιο όχημα εμφανίζει μεγαλύτερη ή μικρότερη τάση «υποστροφής» (ή «υπερστροφής»). Αν παρατηρηθεί διαφορά τότε όντως η κατανομή της μετάδοσης ισχύος επηρεάζει την συμπεριφορά του οχήματος.

2. Παθητική μετάδοση ισχύος

Στο κεφάλαιο αυτό σε πρώτη φάση θα γίνει μια αναλυτική περιγραφή του μοντέλου οχήματος της Altair. Συγκεκριμένα θα εξηγηθεί η λειτουργία του οδηγού-ελεγκτή και η μετάδοση ισχύος από τον κινητήρα προς στους τροχούς για κάθε όχημα με διαφορετικό σύστημα μετάδοσης ισχύος. Από εδώ και στο εξής θα χρησιμοποιούνται οι εξής συμβολισμός για συντομία:

- ***FWD*** για το όχημα με ισχύ στους εμπρόσθιους τροχούς
- ***RWD*** για το όχημα με ισχύ στους οπίσθιους τροχούς
- ***AWD*** για το όχημα με ισχύ σε όλους τους τροχούς

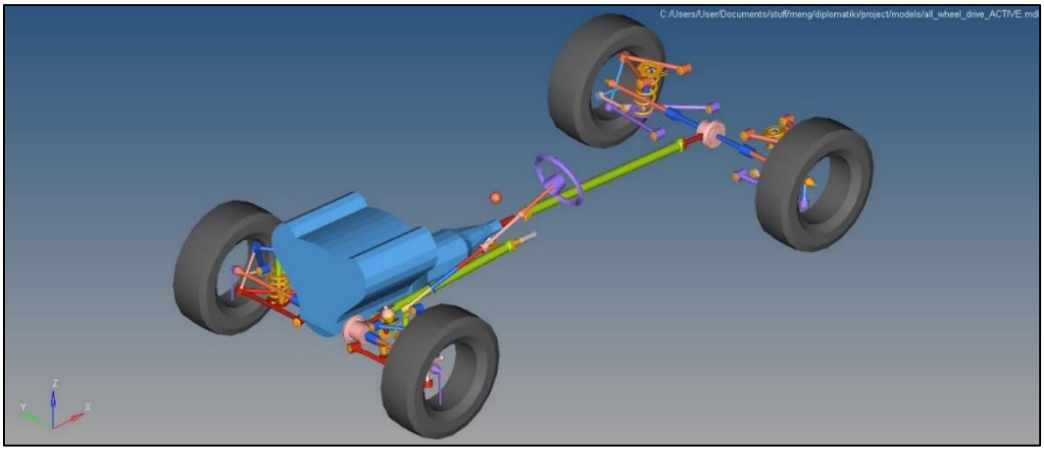
Στη συνέχεια θα γίνει περιγραφή των δοκιμασιών στις οποίες θα συγκριθούν οι διαφορετικοί τύποι οχημάτων και τέλος θα γίνει σύγκριση και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων.

2.1. Περιγραφή μοντέλων οχήματος

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια πλήρης αναφορά των εργαλείων που χρησιμοποιήθηκαν από το πρόγραμμα προσομοίωσης. Εξηγείται η λειτουργία των μοντέλων και οι μετατροπές που πραγματοποιήθηκαν για τους σκοπούς της εργασίας.

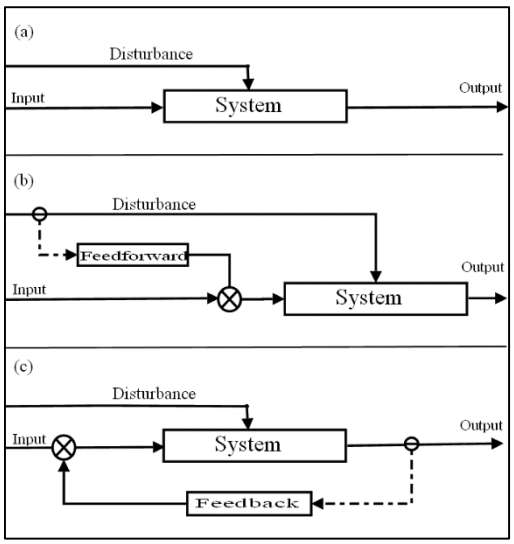
Μοντέλο οχήματος και οδηγός

Μοντέλο οχήματος μπορεί να σχηματισθεί εύκολα στο περιβάλλον του *"Motion View"* μέσω ενός Assembly Wizard. Στο περιβάλλον αυτό μπορεί ο χρήστης να διαλέξει γενικά χαρακτηριστικά για το όχημα. Μεταξύ άλλων, γίνεται και επιλογή του τύπου μετάδοσης ισχύος. Στο τέλος σχηματίζεται ένα σύστημα πολλών σωμάτων τα οποία είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους με συνδέσμους και άλλων ειδών στοιχεία (ελατήρια, αποσβεστήρες, δυνάμεις). Στα σώματα των ελαστικών εφαρμόζονται δυνάμεις οι οποίες υπολογίζονται από υπορουτίνες όπως περιεγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Για την παρούσα εργασία δημιουργούνται τρία μοντέλα τα οποία έχουν γενικά τα ίδια χαρακτηριστικά εκτός από το σύστημα μετάδοσης ισχύος. Συγκεκριμένα δημιουργείται ένα όχημα ***FWD***, ένα ***RWD*** και τέλος ένα ***AWD***. Για να αφορά η σύγκριση μόνο στο συγκεκριμένο χαρακτηριστικό, έγιναν οι απαραίτητες ρυθμίσεις στις μάζες και στις θέσεις κάποιων σωμάτων με σκοπό κάθε μοντέλο να είναι πανομοιότυπο πλην του τύπου μετάδοσης ισχύος.



Εικόνα 2-1: Σύστημα πολλών σωμάτων στο περιβάλλον "Motion View"

Με την δημιουργία του μοντέλου, είναι ενσωματωμένο και το μοντέλο του οδηγού με την ονομασία *“Advanced Driver”*. Η λειτουργία του οδηγού είναι βασισμένη στο απλοποιημένο «μοντέλο ποδηλάτου» που περιγράφεται στο πρώτο κεφάλαιο. Δεδομένου ότι ο οδηγός παίζει καθοριστικό ρόλο στην συμπεριφορά ενός οχήματος κρίνεται απαραίτητη η κατανόηση της λειτουργίας του αφού υπάρχουν παράμετροι που ορίζονται από τον χρήστη. Το μοντέλο του οδηγού “Advanced Driver” είναι ένας ελεγκτής feed-forward όπως εξηγείται στην εικόνα 2-2 που ακολουθεί.



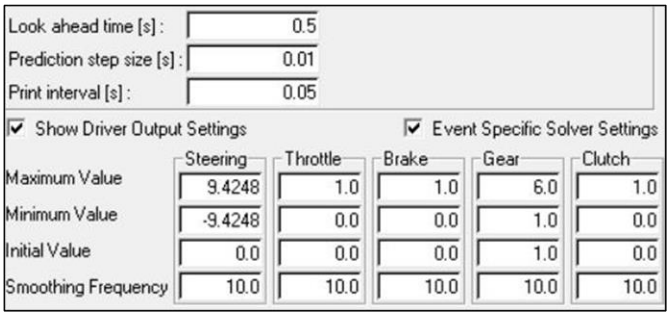
Εικόνα 2-2: a)Open Loop Control b)Feedforward Control c)Closed Loop Control

Η βασική ιδέα είναι ότι ο οδηγός ενός οχήματος ελέγχει τις εξής αποκρίσεις:

- Την θέση του οχήματος ($\bar{r} = X\overline{e_X} + Y\overline{e_Y}$) με δράση την γωνία τιμονιού.
- Την διαμήκη ταχύτητα του οχήματος (V_x) με δράση τα πεντάλ γκαζιού και φρένου (άμεσα ελέγχει την επιτάχυνση a_x).

Για τον έλεγχο θέσης ο οδηγός υπολογίζει το σφάλμα μεταξύ της προβλεπόμενης και της επιθυμητής τροχιάς σε κάποια μελλοντική χρονική στιγμή. Η επιθυμητή τροχιά καθορίζεται από τον χρήστη (στη γενική περίπτωση είναι μία καμπύλη γραμμή στο επίπεδο) ενώ η προβλεπόμενη τροχιά υπολογίζεται από το απλοποιημένο μαθηματικό μοντέλο του οχήματος. Ο χρήστης εισάγει τις εξής παραμέτρους για τον οδηγό:

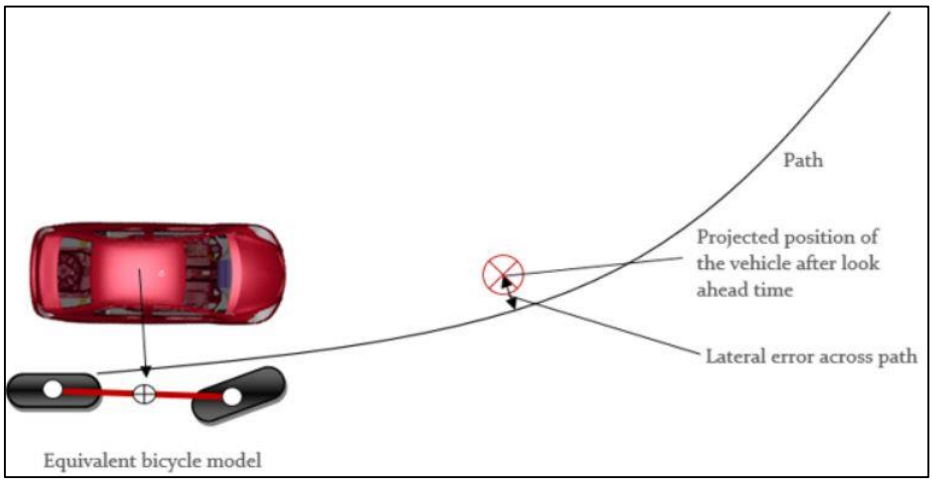
- Συχνότητα δειγματοληψίας
- Χρονικός ορίζοντας πρόβλεψης
- Ανοχή σφάλματος



Εικόνα 2-3: Παράμετροι ρύθμισης του οδηγού-ελεγκτή

Το σφάλμα ορίζεται ως:

$$Error = \big(x_t - x(t)\big)\sin\theta + \big(y_t - y(t)\big)\cos\theta$$



Εικόνα 2-4: Γραφική παράσταση σφάλματος

Ο αλγόριθμος για τον έλεγχο της θέσης είναι ο εξής:

1) Επιλέγονται δύο αποδεκτές τιμές για την γωνία του τιμονιού: swa_a, swa_b
2) Υπολογίζονται τα δύο αντίστοιχα σφάλματα err_a, err_b και η γωνία τιμονιού επιλέγεται ως: $swa_{test} = swa_a - err_a\left(\frac{swa_b - swa_a}{err_b - err_a}\right)$
3) Αν $Error \leq tolerance \rightarrow swa = swa_{test}$
4) Αν $Error > tolerance \rightarrow swa_a = swa_{test} \rightarrow$ *Βήμα* 2

$$swa_{t+1} = swa_t + [h \cdot ff \cdot (swa_{test} - swa_t)]$$

Όπου:

- *"h"* το χρονικό βήμα της επίλυσης
- *"ff"* η συχνότητα δειγματοληψίας του ελεγκτή

Σχόλια:

- Για την πρώτη επανάληψη $swa_a = swa_{current}$, $swa_b = swa_a + 1°$
- Αν δεν υπάρξει σύγκλιση μετά από 20 επαναλήψεις η προσομοίωση σταματά

Για τον έλεγχο της διαμήκους ταχύτητας υπάρχει ένα απλοποιημένο μαθηματικό μοντέλο για την διαμήκη συμπεριφορά του οχήματος. Όπως και στον έλεγχο της θέσης, έτσι και εδώ είναι γνωστή η επιθυμητή ταχύτητα μετά από ένα χρονικό διάστημα (ορίζοντας πρόβλεψης) και συγκρίνεται με την ταχύτητα που προβλέπεται να έχει το όχημα. Η πρόβλεψη γίνεται από το απλό μοντέλο που ακολουθεί.

$$A_{demand} = \frac{V_{vehicle} - V_{demand}}{t_{lookahead}} + \frac{\partial V_{vehicle}}{\partial t}$$

$$F_{tire} = M_{vehicle} \cdot A_{demand} + \frac{1}{2} C_d A_r \rho V^2$$

$$T_{tire} = R\left(M_{vehicle}A_{demand} + \frac{1}{2}\rho C_d A_r V^2\right)$$

$$T_{axle} = 2T_{tire}$$

Ο όρος $\frac{1}{2}C_d A_r \rho V^2$ αντιπροσωπεύει την οπισθέλκουσα δύναμη.

Ο αλγόριθμος για τον έλεγχο της ταχύτητας είναι ο εξής:

1) Αν $T_{tire} \geq 0 \rightarrow T_{engine} = \frac{T_{axle}}{\eta_{trans} \cdot a_{drive} \cdot a_{gear}} \begin{cases} O_{throttle} = f(T_{engine}) \\ O_{break} = 0 \end{cases}$

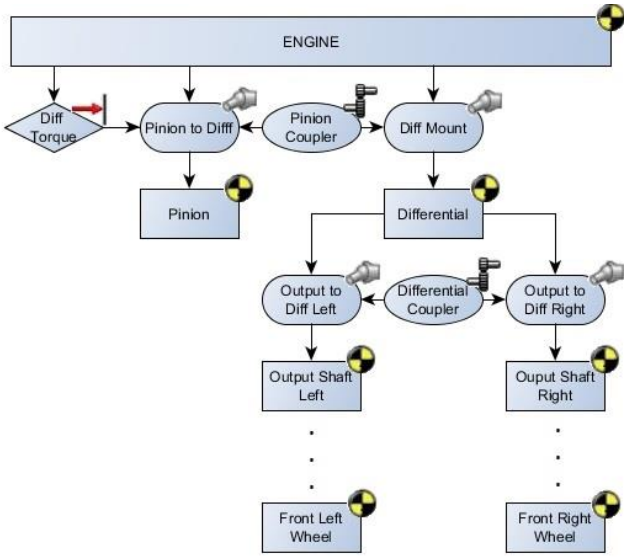
2) Αν $T_{tire} < 0 \rightarrow \begin{cases} O_{throttle} = 0 \\ O_{break} = \frac{T_{axle}}{T_{frontbreakmax} + T_{rearbreakmax}} \end{cases}$

Όπου: $O_{throttle}$, O_{break} τα σήματα εξόδου του οδηγού.

Μετάδοση ισχύος ανά τύπο οχήματος

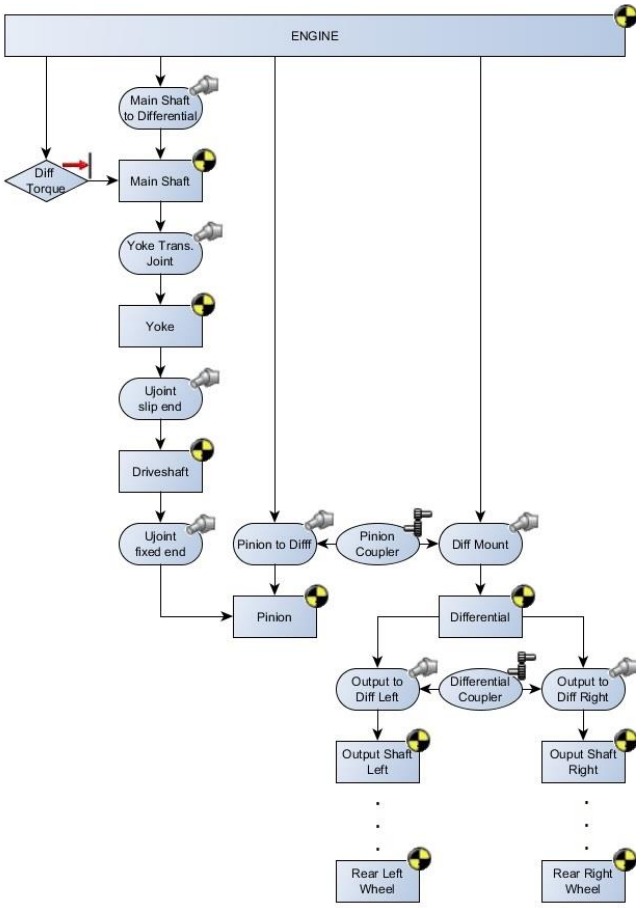
Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η σύγκριση στην παρούσας εργασίας αφορά σε τρεις παραλλαγές του ίδιου οχήματος. Στη συνέχεια παρουσιάζεται το σύστημα μετάδοσης ισχύος κάθε οχήματος και εξηγείται συνοπτικά.

Το ***FWD*** παρουσιάζει την πιο απλή διάταξη μετάδοσης ισχύος. Η ροπή ασκείται από τον κινητήρα στο πηνίο και έπειτα μέσω ενός κινηματικού περιορισμού (coupler) στο διαφορικό. Από το διαφορικό η ισχύς μοιράζεται μεταξύ της αριστερά και της δεξιά ατράκτου εξόδου με ένα τρόπο που περιγράφεται σε επόμενη ενότητα. Από την κάθε άτρακτο εξόδου η ισχύς καταλήγει στον αντίστοιχο τροχό μέσα από ένα σύνολο σωμάτων και συνδέσμων που για λόγους συντομίας παραλείπονται από τα σχήματα που ακολουθούν. Μεταξύ αυτών είναι τα ημιαξόνια, οι πλήμνες και οι σχετικοί σύνδεσμοι. Ο κάθε τροχός στηρίζεται επίσης και με άλλο σύστημα σωμάτων, αυτό της ανάρτησης, με σκοπό να επιτρέπονται δύο κινήσεις: η (σχεδόν) κατακόρυφη κίνηση του σε σχέση με το όχημα και η περιστροφή γύρω από την άξονα του.



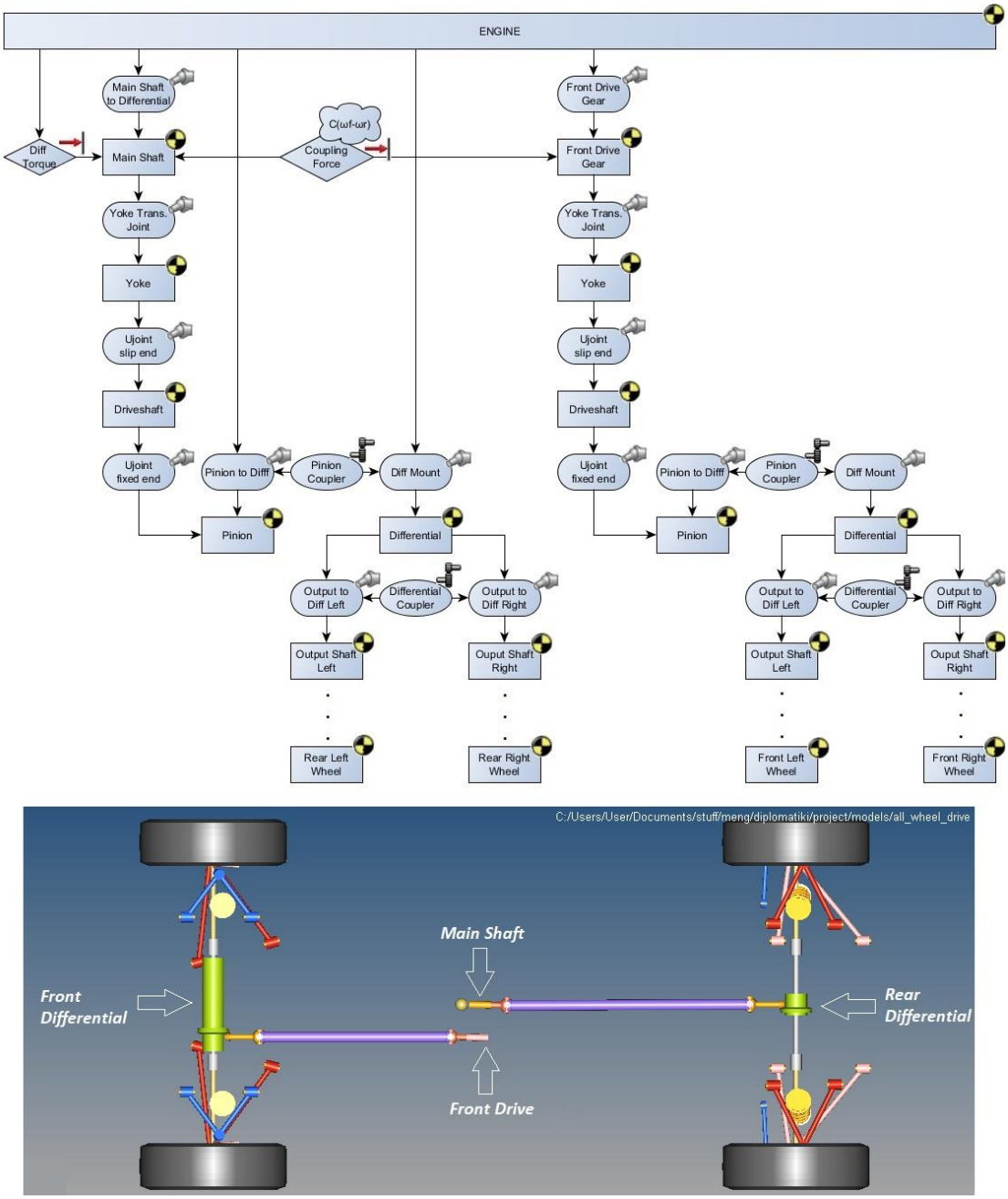
Σχήμα 2-1: Διάταξη μετάδοσης ισχύος σε μοντέλο FWD

Η διάταξη του συστήματος μετάδοσης ισχύος είναι εξίσου απλή και για το ***RWD***. Εδώ απλά η ισχύς δεν φτάνει κατευθείαν στο πηνίο. Πρέπει πρώτα να περάσει από ένα σύνολο σωμάτων και συνδέσμων που όλα μαζί αντιπροσωπεύουν μια άτρακτο η οποία μεταδίδει την ισχύ από το μπροστά τμήμα του οχήματος στο πίσω. Η ροπή του κινητήρα αρχικά ασκείται στο σώμα “Main Shaft” και περνάει στα σώματα “Yoke” και “Driveshaft” μέσω κατάλληλων συνδέσμων. Έτσι η ισχύς φτάνει στο πηνίο και από εκεί η διάταξη είναι ίδια με το ***FWD***.



Σχήμα 2-2: Διάταξη μετάδοσης ισχύος σε μοντέλο RWD

Για το ***AWD*** η διάταξη είναι λίγο πιο σύνθετη. Αρχικά υπάρχει ένα πανομοιότυπο σύστημα μετάδοση ισχύος με αυτό του ***RWD*** και φαίνεται στο αριστερό τμήμα του σχήματος που ακολουθεί. Το τμήμα αυτό που ξεκινά με το σώμα *“Main Shaft”* το οποίο μεταδίδει την ισχύ από τον κινητήρα στους πίσω τροχούς μέσω κατάλληλων συνδέσμων. Παράλληλα με αυτό, στο δεξιά τμήμα του διαγράμματος εμφανίζεται παρόμοια διάταξη για την μετάδοση της ισχύος στους μπροστά τροχούς δηλαδή είναι η προσομοίωση μιας ατράκτου μετάδοσης ισχύος. Η διαφορά εδώ είναι ότι ενώ η άτρακτος *“Main Shaft”* που μεταδίδει ισχύ στους πίσω τροχούς παίρνει ισχύ κατευθείαν από τον κινητήρα, η άτρακτος εξόδου για τους μπροστά τροχούς *(“Front Drive Gear”)* παίρνει έμμεσα την ισχύ. Αυτό επιτυγχάνεται με το force entity *“Coupling Force”*. Αυτό το force entity είναι μια ροπή δράσης-αντίδρασης μεταξύ των σωμάτων *“Main Shaft” και (“Front Drive Gear”).*



Σχήμα 2-3: Διάταξη μετάδοσης ισχύος σε μοντέλο AWD

Από τα παραπάνω σχήματα παρατηρείται ότι όλοι οι διαφορετικοί τύποι οχημάτων παρουσιάζουν την ίδια διάταξη για να μοιράσουν την ισχύ μεταξύ του αριστερά και του δεξιά τροχού. Η διάταξη αυτή είναι ένα θεωρητικό μοντέλο *ανοιχτού διαφορικού*.

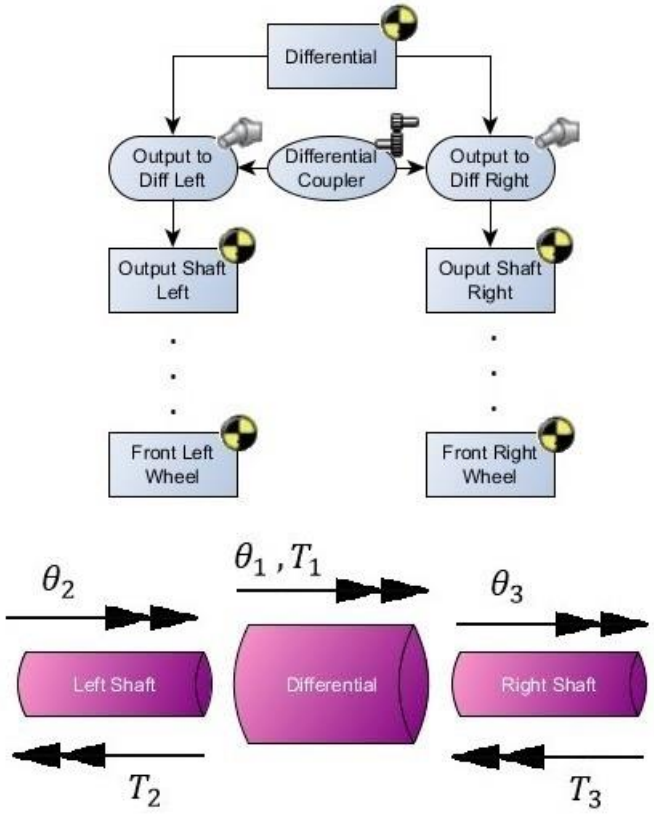
Το ανοιχτό διαφορικό

Το ανοιχτό διαφορικό είναι μια διάταξη η οποία έχει σαν στόχο να λαμβάνει στην είσοδο μια ισχύ και να την μοιράζει σε δύο εξόδους επιτρέποντας σε αυτές να έχουν διαφορετικές γωνιακές ταχύτητες. Το ανοιχτό διαφορικό κάθε στιγμή δίνει στις δύο εξόδους την ίδια ροπή και για αυτόν τον λόγο είναι γνωστό και με την ορολογία «εξισωτής ροπής» *("torque equalizer")*. Επομένως, εφόσον η ροπή είναι πάντα ίδια στις εξόδους, η διαφοροποίηση της ισχύος προκύπτει όταν οι έξοδοι έχουν διαφορετικές γωνιακές ταχύτητες. Η εφεύρεση του ανοιχτού διαφορικού βασικό σκοπό

έχει να επιτρέπει στους κινητήριους τροχούς του οχήματος να μπορούν να έχουν διαφορετικές ταχύτητες μεταξύ τους σε μία στροφή (ώστε να προσεγγίζεται σωστά η κύλιση χωρίς ολίσθηση των τροχών) ενώ ταυτόχρονα αυτοί δέχονται την ροπή που κινεί το όχημα.

Στην πραγματικότητα το ανοιχτό διαφορικό λειτουργεί χρησιμοποιώντας ένα σύνολο κατάλληλα διατεταγμένων οδοντωτών τροχών. Στην παρούσα εργασία όμως θα εξηγηθεί η μοντελοποίηση του με την χρήση στερεών σωμάτων, αρθρώσεων (joints), και άλλων κινηματικών περιορισμών (couplers) σε περιβάλλον προγράμματος προσομοίωσης συστημάτων πολλών σωμάτων (Multi Body Dynamics).

Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνεται η δομή ενός ανοιχτού διαφορικού όπως είναι ορισμένη στο μοντέλο. Στο σχήμα έχουν γίνει επίσης τα διαγράμματα ελευθέρου σώματος για τα τρία σώματα τα οποία συμμετέχουν στην μοντελοποίηση του διαφορικού.



Σχήμα 2-4: Το ανοιχτό διαφορικό σαν σύστημα πολλών σωμάτων

Το σώμα *"differential"* είναι το διαφορικό. Είναι συνδεδεμένο με το σώμα του οχήματος μέσω μιας περιστροφικής άρθρωσης αφήνοντας έτσι μόνο έναν βαθμό ελευθερίας σε σχέση με το όχημα (την περιστροφή θ_1). Σε αυτό το σώμα ασκείται επίσης στην διεύθυνση του άξονα περιστροφής η ροπή του κινητήρα μέσω ενός κινηματικού περιορισμού (coupler) που αντιπροσωπεύει την σύνδεση κορώνας-πηνίου. Τα σώματα *"output shaft left"* και *"output shaft right"* είναι οι άτρακτοι εξόδου που μεταδίδουν την ισχύ στον αριστερά και δεξιά τροχό αντίστοιχα. Το κάθε ένα από αυτά τα σώματα είναι συνδεδεμένο με το διαφορικό μέσω μιας περιστροφικής άρθρωσης με το σώμα του διαφορικού. Έχουν δηλαδή έναν βαθμό ελευθερίας σε σχέση με το σώμα

του διαφορικού (τις περιστροφές θ_2 και θ_3). Τέλος, η επίτευξη της λειτουργίας του διαφορικού γίνεται με την εισαγωγή ενός κινηματικού περιορισμού (coupler) που δημιουργεί έναν επιπλέον αλγεβρικό περιορισμό. Αυτός ο κινηματικός περιορισμός επιβάλλει την περιστροφή του σώματος “output shaft left” να είναι ίση με αυτήν του “output shaft right” (ως προς το διαφορικό). Ο περιορισμός αυτός μαθηματικά γράφεται ως:

$$2\theta_1 = \theta_2 + \theta_3$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$T = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1{}^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_2{}^2 + \frac{1}{2} I_3 \dot{\theta}_3{}^2$$

Γνωρίζουμε ότι:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j + \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \alpha_{ij} \qquad \textbf{(I)}$$

$$a_{i0} dt + \sum_{i=1}^{k} a_{ij} dq_j = 0 \qquad \textbf{(II)}$$

Όπου:

$$\bar{q} = (\theta_1 \ \ \theta_2 \ \ \theta_3)^T$$

$$Q_1 = T_1, \ Q_2 = -T_2, Q_3 = -T_3$$

- T_1 η ροπή που ασκείται από τον κινητήρα στο διαφορικό
- T_2 η ροπή που ασκείται από τον δρόμο στην αριστερά άτρακτο εξόδου
- T_3 η ροπή που ασκείται από τον δρόμο στην δεξιά άτρακτο εξόδου

Συγκρίνοντας την ***II*** με τον κινηματικό περιορισμό προκύπτει ότι:

$$\alpha_{10} = 0 \qquad \alpha_{11} = -2$$
$$\alpha_{12} = 1 \qquad \alpha_{13} = 1$$

Άρα από την ***I*** :

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\theta}_1 = T_1 - 2\lambda \\ I_2 \ddot{\theta}_2 = -T_2 + \lambda \\ I_3 \ddot{\theta}_3 = -T_3 + \lambda \end{cases}$$

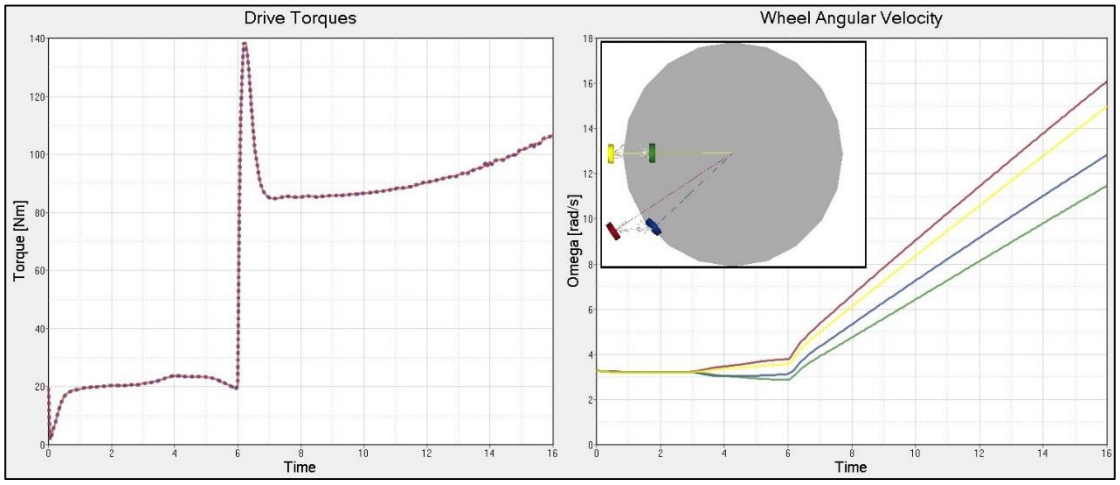
Ο πολλαπλασιαστής *Lagrange,* λ στις παραπάνω εξισώσεις αντιπροσωπεύει την κινητήρια ροπή που ασκείται από το σώμα του διαφορικού στις ατράκτους εξόδου. Η κινητήρια ροπή δηλαδή είναι κάθε στιγμή ίδια για τις δύο εξόδους. Ανάλογα τώρα με τις ροπές αντίδρασης T_2 και T_3 προκύπτουν και οι αντίστοιχες γωνιακές επιταχύνσεις για τις εξόδους αυτές και επομένως η γωνιακές ταχύτητες συναρτήσει του χρόνου. Διαφορετικές ροπές αντίδρασης δημιουργούνται κατά κανόνα όταν οι τροχοί διαγράφουν διαφορετικά τόξα κύκλου για να ικανοποιήσουν τον κινηματικό περιορισμό κύλισης χωρίς ολίσθηση. Τέλος εδώ αναφέρεται το κύριο μειονέκτημα του ανοιχτού

διαφορικού. Όταν ένας από τους κινητήριους τροχούς δεν έχει καλή πρόσφυση (για παράδειγμα βρίσκεται πάνω σε πάγο) τότε η ροπή αντίστασης σε αυτόν είναι αμελητέα. Η ελάχιστη ροπή αντίστασης όμως είναι αυτή που καθορίζει το πόση ροπή θα ασκηθεί σε κάθε έξοδο. Αυτό μαθηματικά εξηγείται ως εξής:

$$\begin{cases} I_2\ddot{\theta}_2 = -T_2 + \lambda \\ I_3\ddot{\theta}_3 = -T_3 + \lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_2\ddot{\theta}_2 = +\lambda \\ 0 = -T_3 + \lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_2\ddot{\theta}_2 = T_3 \\ \lambda = T_3 \end{cases}$$

Δηλαδή η κινητήρια ροπή εξαρτάται τελικά από το γινόμενο $I_2\ddot{\theta}_2$ το οποίο αν είναι μικρό σε σχέση με τη ροπή που χρειάζεται για να κινήσει το όχημα, τότε το τελευταίο παραμένει ακίνητο. Αυτό στην πράξη συμβαίνει αφού η ροπή αδράνειας των στοιχείων εξόδου είναι μικρή και έτσι το όχημα δεν μπορεί να μετακινηθεί ακόμα και αν ο άλλος κινητήριος τροχός έχει καλή πρόσφυση.

Με σκοπό να γίνουν τα παραπάνω κατανοητά, στα διάγραμμα που ακολουθούν φαίνονται οι αποκρίσεις για τις γωνιακές ταχύτητες και τις ροπές των κινητήριων τροχών από τις παραπάνω εξισώσεις κίνησης. Τα διαγράμματα προκύπτουν από ένα ***FWD*** το οποίο αρχικά κινείται σε ευθεία γραμμή και έπειτα εισέρχεται σε στροφή σταθερής ακτίνας.



Διάγραμμα 2-1: Απόκριση κινητήριων ροπών και γωνιακών ταχυτήτων με ανοιχτό διαφορικό

Στο τρίτο δευτερόλεπτο, το όχημα εισέρχεται στην στροφή και μετά το έκτο, επιταχύνεται. Στο αριστερά διάγραμμα φαίνεται ότι η ροπή που ασκείται στον αριστερά τροχό είναι ίδια με αυτή που ασκείται στον δεξιά (και προφανώς το ήμισυ της συνολικής) κάθε χρονική στιγμή. Αρχικά η συνολική κινητήρια ροπή είναι μικρή και απλά αντισταθμίζει τις αντιστάσεις της κίνησης (τριβές στα ελαστικά και οπισθέλκουσα) ενώ αργότερα αυξάνει ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή επιτάχυνση. Στο δεξιά διάγραμμα φαίνεται ότι οι ταχύτητες των τροχών διαφοροποιούνται για να επιτευχθεί κύλιση χωρίς ολίσθηση για τον κάθε τροχό. Επιπλέον, φαίνεται ότι οι ταχύτητες περιστροφής των τροχών είναι ανάλογες της απόστασης τους από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει το κέντρο μάζας του οχήματος όπως φαίνεται στην ένθετη εικόνα μέσα στο διάγραμμα.

Μετάδοση ισχύος σε όλους τους τροχούς (AWD)

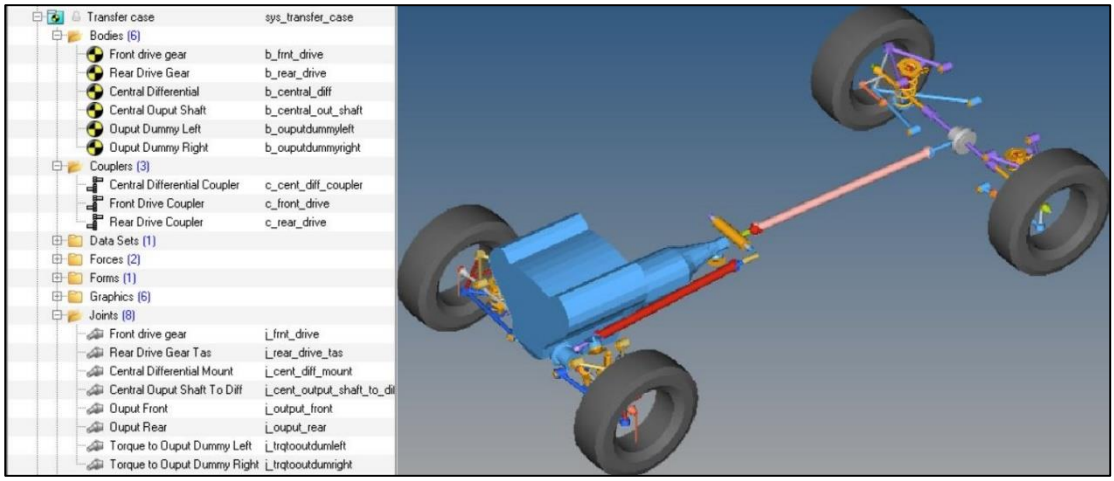
Μετά την περιγραφή διαφορικού γίνεται κατανοητό το πως μοιράζεται η ισχύς μεταξύ του αριστερά και του δεξιά τροχού σε ένα όχημα με κίνηση τους μπροστά (***FWD***) ή στους πίσω τροχούς (***RWD***). Όμως για ένα όχημα με κίνηση σε όλους τους τροχούς

προκύπτει επιπλέον το ερώτημα πως κατανέμεται η ισχύς μεταξύ των οπίσθιων και των εμπρόσθιων τροχών. Στο σχήμα 2-3 που περιγράφεται η μετάδοση ισχύος σε ένα ***AWD*** όχημα της Altair φαίνεται μια «οντότητα δύναμης» *("force entity")* με όνομα *"Viscous Coupling Force".* Η οντότητα αυτή αντιπροσωπεύει μια ροπή δράσης-αντίδρασης μεταξύ της εμπρόσθιας και οπίσθιας ατράκτου του οχήματος. Η ροπή από τον κινητήρα ασκείται στην οπίσθια άτρακτο και αυτή όντας συνδεδεμένη μέσω του force entity ασκεί ροπή στην εμπρόσθια άτρακτο. Η ροπή αυτή περιγράφεται από την εξίσωση:

$$T_{viscous} = C \cdot (\omega_{rear} - \omega_{front})$$

Στην ουσία προσομοιώνει έναν συμπλέκτη ιξώδους τριβής. Η ισχύς περνάει στην εμπρόσθια άτρακτο μέσω της ροπής αυτής όταν οι γωνιακές ταχύτητες των ατράκτων είναι διαφορετικές. Το πρόβλημα με αυτή την μοντελοποίηση τετρακίνησης είναι το εξής: Οι μπροστά τροχοί αποκτούν ήδη γωνιακή ταχύτητα αφού επιταχύνονται από την ροπή της δύναμης τριβής που ασκείται μεταξύ ελαστικού-οδοστρώματος. Έτσι ο όρος της διαφοράς γωνιακών ταχυτήτων παρουσιάζει μικρές τιμές και επομένως η ροπή $T_{viscous}$ είναι μικρή σε σχέση με την συνολική ροπή που ασκείται από τον κινητήρα. Επιπλέον ο κινηματικός αυτός περιορισμός επιβάλλει ίση γωνιακή ταχύτητα μεταξύ εμπρόσθιας και οπίσθιας ατράκτου κάτι που μπορεί να καταστρατηγεί κινηματικούς περιορισμούς για την κύλιση χωρίς ολίσθηση των τροχών. Το τελικό αποτέλεσμα είναι μόνο ένα πολύ μικρό μέρος της ισχύος να μεταδίδεται στους μπροστά τροχούς και έτσι το ***AWD*** μοντέλο συμπεριφέρεται ως προς την μετάδοση ισχύος σαν ***RWD***.

Για τον λόγο αυτό το συγκεκριμένο μοντέλο τροποποιείται. Καταργείται αρχικά η οντότητα δύναμης *"Viscous Coupling Force"* και στην συνέχεια δημιουργείται στο κέντρο του αυτοκινήτου ένα ανοιχτό διαφορικό όπως αυτό που περιεγράφηκε νωρίτερα. Δηλαδή δημιουργούνται καινούρια σώματα, σύνδεσμοι και κινηματικοί περιορισμοί οι οποίοι έχουν σκοπό να μοιράζουν την συνολική ροπή του κινητήρα.

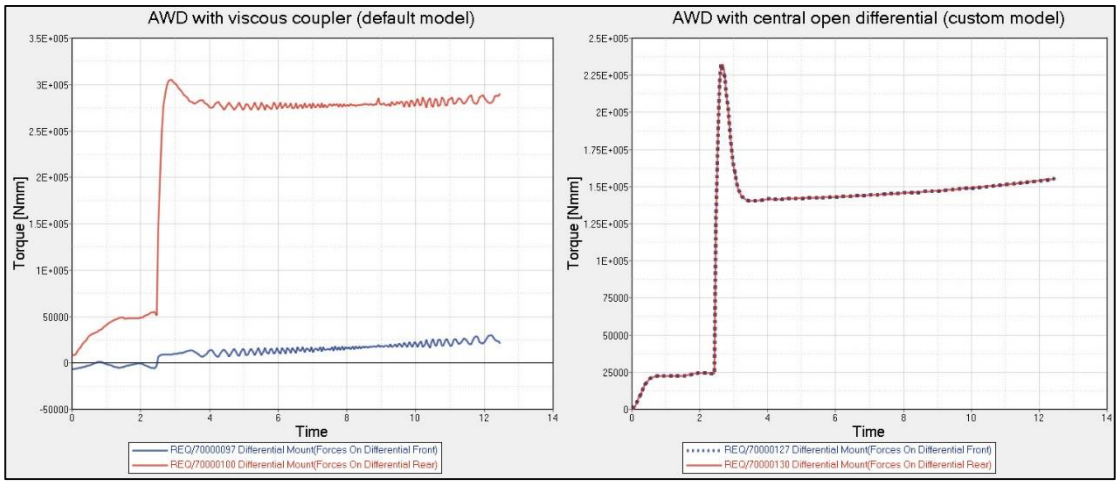


Εικόνα 2-5: Τροποποιημένο μοντέλο τετρακίνησης με ανοιχτό κεντρικό διαφορικό

Το αποτέλεσμα τώρα είναι η ροπή να μοιράζεται εξίσου μεταξύ των πίσω και των μπροστά τροχών. Επίσης τα ανοιχτά διαφορικά μπροστά και πίσω είναι υπεύθυνα για την ίση κατανομή ροπής αριστερά-δεξιά. Έτσι σε κάθε τροχό ασκείται ροπή ίση με το 25% της συνολικής ροπής που περνάει τελικά στους τροχούς. Τέλος, όλοι τροχοί έχουν ανεξάρτητες ταχύτητες περιστροφής οι οποίες καθορίζονται μόνο από τον κινηματικό περιορισμό κίνησης χωρίς ολίσθηση.

Στην πραγματικότητα δεν υπάρχει κάποιος «ορθός» τρόπος τετρακίνησης αφού ο κάθε κατασκευαστής σχεδιάσει το σύστημα αυτό με διαφορετικά κριτήρια και απαιτήσεις. Όμως στα πλαίσια της εργασίας αυτής όπως εξηγήθηκε, το τροποποιημένο μοντέλο ταιριάζει περισσότερο νοηματικά. Πρώτων γιατί έτσι μοιράζεται η κινητήρια ροπή και στους τέσσερις τροχούς κάθε χρονική στιγμή. Δεύτερον γιατί τα προβλήματα ολίσθησης των τροχών σε οχήματα με ανοιχτό διαφορικό δεν αφορούν τις προσομοιώσεις αυτές αφού τα οχήματα τρέχουν σε λείο ομαλό οδόστρωμα χωρίς πιθανότητα κάποιος από τους τροχούς να έχει διαφορετικές συνθήκες πρόσφυσης.

Συγκρίνοντας τα παραπάνω μοντέλα όταν αυτά επιταχύνουν σε στροφή με σταθερή επιτάχυνση (σε πανομοιότυπες συνθήκες) είναι εύκολο να αποδειχθούν τα παραπάνω μέσω των διαγραμμάτων που ακολουθούν. Στα διαγράμματα αυτά φαίνεται η κατανομή της ροπής μεταξύ των μπροστά και των πίσω τροχών. Στο αριστερά διάγραμμα που αντιστοιχεί στο default μοντέλο σχεδόν όλη η ροπή ασκείται στο πίσω διαφορικό ενώ ένα αμελητέο μέρος της περνάει στους μπροστά τροχούς. Στο δεξιά διάγραμμα που αντιστοιχεί στο τροποποιημένο μοντέλο, η ροπή μοιράζεται εξίσου μεταξύ του μπροστά και του πίσω διαφορικού.



Διάγραμμα 2-2: Κατανομή κινητήριων ροπών μεταξύ μπροστά και πίσω τροχών

2.2.Περιγραφή δοκιμασιών

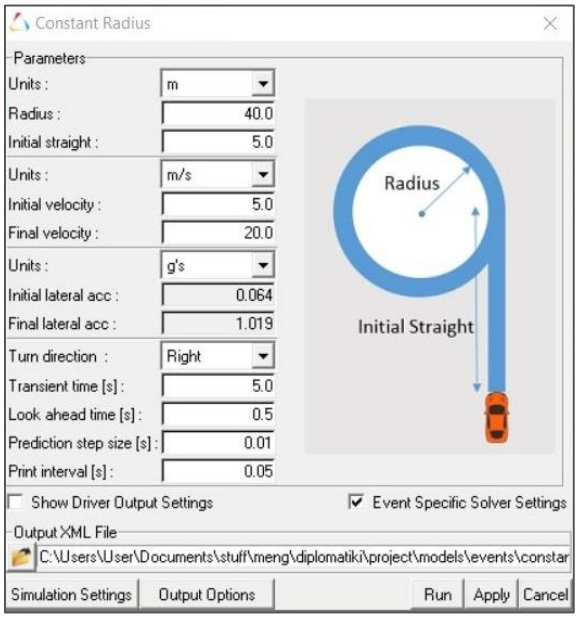
Τα τρία μοντέλα προς σύγκριση έχουν πλέον δημιουργηθεί. Οι συγκρίσεις των παραπάνω μοντέλων οφείλουν να γίνουν σε συγκεκριμένες συνθήκες με σκοπό να εμφανιστούν οι επιθυμητές αποκρίσεις και παράλληλα τα σενάρια οδήγησης να είναι αντιπροσωπευτικά της πραγματικότητας. Ο Διεθνής Οργανισμός Τυποποίησης (ISO) έχει καθιερώσει συνθήκες δοκιμών των οχημάτων με σκοπό την αξιολόγηση της δυναμικής συμπεριφοράς τους. Οι δοκιμασίες που θα χρησιμοποιηθούν σαν πρότυπο στην παρούσα εργασία είναι οι εξής:

- *Constant Radius Turn*
- *Double Lane Change*
- *Fish Hook Turn*

Τα μοντέλα των δοκιμασιών αυτών υπάρχουν και στο “Motion View” με δυνατότητα παραμετροποίησης τους από τον χρήστη.

Constant Radius Turn

Στην δοκιμασία αυτή το όχημα καλείται να ξεκινήσει από ευθεία πορεία και στην συνέχεια να ακολουθήσει κυκλική τροχιά. Κατά την διάρκεια της στροφής σύμφωνα με τον ISO η διαμήκης επιτάχυνση δεν πρέπει να ξεπερνά κάποιο όριο. Δεδομένου όμως ότι μελετάται η επίδραση της κατανομής ισχύος όταν ένα όχημα βρίσκεται σε στροφή, τροποποιείται η δοκιμασία ως προς αυτό το κομμάτι. Απαιτείται η μέγιστη δυνατή διαμήκης επιτάχυνση του οχήματος.



Εικόνα 2-6: Παράμετροι εισόδου για τη δοκιμασία "Constant Radius Turn"

Το αυτοκίνητο ξεκινάει με αρχική ταχύτητα *("initial velocity")* την οποία διατηρεί στην αρχική ευθεία πορεία συγκεκριμένου μήκους *("initial straight")*. Στην συνέχεια, μετά την είσοδο στην στροφή σταθερής ακτίνας *("turn radius")* ξεκινά να επιταχύνει με σταθερή επιτάχυνση με σκοπό να φτάσει την τελική ταχύτητα *("final velocity")* μέσα στον καθορισμένο χρόνο *("transient time")*.

Αρχικά επιλέγεται η ακτίνα στροφής να είναι $R = 40\ [m]$ η ελάχιστη επιτρεπτή κατά ISO. Στη συνέχεια επιλέγεται σχετικά μικρή αρχική ταχύτητα $V_{initial} = 5\ [m/s]$ ώστε να μην υπάρχει πρόβλημα στην μεταβατική περιοχή από την ευθεία στην στροφή. Η αρχική ευθεία εκλέγεται $l = 5\ [m]$. Για να καθοριστεί η τελική ταχύτητα του οχήματος εκτιμάται με απλοποιημένους υπολογισμούς ποια είναι η μέγιστη δυνατή ταχύτητα που μπορεί να έχει το όχημα στην συγκεκριμένη στροφή δεδομένης της μέγιστης πλευρικής δύναμης τριβής που μπορεί να επιτευχθεί από τα ελαστικά.

$$a_y = \left[-r\dot{\theta}^2\cos\beta - r\ddot{\theta}\sin\beta\right]\overline{e_y} \xrightarrow{\mu\iota\kappa\rho\acute{\eta}\ \gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\ \beta} a_y = -r\dot{\theta}^2\,\overline{e_y}$$

$$V_x = \left[-r\dot{\theta}\cos\beta\right]\overline{e_x} \xrightarrow{\mu\iota\kappa\rho\acute{\eta}\ \gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha\ \beta} V_x = -r\dot{\theta}\,\overline{e_x}$$

Επομένως:

$$a_y = -\frac{{V_x}^2}{r}\overline{e_y}$$

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F_y = ma_y \Rightarrow \Sigma F_y = m\frac{{V_x}^2}{r}$$

Υποθέτοντας για λόγους απλοποίησης ότι $\Sigma F_y = \mu \cdot \Sigma F_z = \mu mg$ αντικαθιστώντας στην παραπάνω εξίσωση και λύνοντας ως προς την ταχύτητα έχουμε:

$$m\frac{{V_x}^2}{r} = \mu mg \overset{r=R}{\Longrightarrow} V_x = \sqrt{\mu g R}$$

Όπου $\mu = 0.8785$ η μέγιστη τιμή του συντελεστή τριβής μεταξύ ελαστικών δρόμου. Σημειώνεται εδώ ότι η εξίσωση $\Sigma F_y = \mu \cdot \Sigma F_z$ ισχύει στην ειδική περίπτωση που έχουμε τριβή ολίσθησης. Στην πραγματικότητα η μέγιστη δύναμη τριβής είναι μεγαλύτερη αλλά η απλή αυτή έκφραση είναι επαρκής σε ακρίβεια για να εκτιμήσουμε το μέγεθος της ταχύτητας. Μετά από αυτή την αρχική εκτίμηση μπορεί η τιμή της ταχύτητας V_{final} να αλλάξει τιμή ανάλογα με τις αποκρίσεις των μοντέλων.

Τέλος, χρειάζεται να καθοριστεί ο χρόνος μέσα στον οποίο απαιτείται το όχημα να φτάσει την τελική ταχύτητα που υπολογίστηκε πρωτύτερα. Έχουμε:

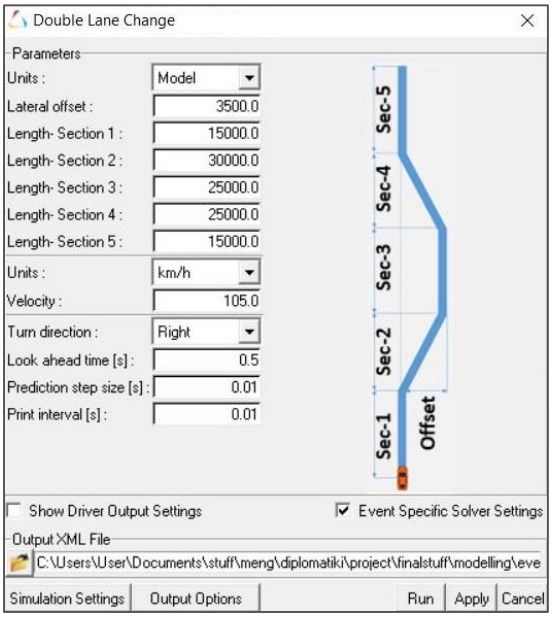
$$\Sigma F_x = ma_x \overset{a_x=\sigma\tau\alpha\theta.}{\Longrightarrow} \frac{T_{wheels.max}}{r_{eff}} = m\frac{V_{final} - V_{initial}}{t_{final} - t_{initial}} \overset{t_{final}-t_{initial}=t_{trans}}{\Longrightarrow}$$

$$t_{trans} = \frac{m(V_{final} - V_{initial})r_{eff}}{T_{wheels.max}}$$

Έτσι έχουν καθοριστεί όλες οι παράμετροι της συγκεκριμένης δοκιμασίας. Οι τιμές τους φαίνονται στην Εικόνα 2-5.

Double Lane Change

Η δοκιμασία αυτή προσομοιώνει μία κατάσταση με μεγάλο πρακτικό ενδιαφέρον: ένα όχημα το οποίο αλλάζει λωρίδα και στην συνέχεια επανέρχεται στην αρχική. Η δοκιμασία αυτή είναι τυποποιημένη κατά ISO και η τροχιά που καλείται να ακολουθήσει το όχημα φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 2-7: Παράμετροι εισόδου για τη δοκιμασία "Double Lane Change"

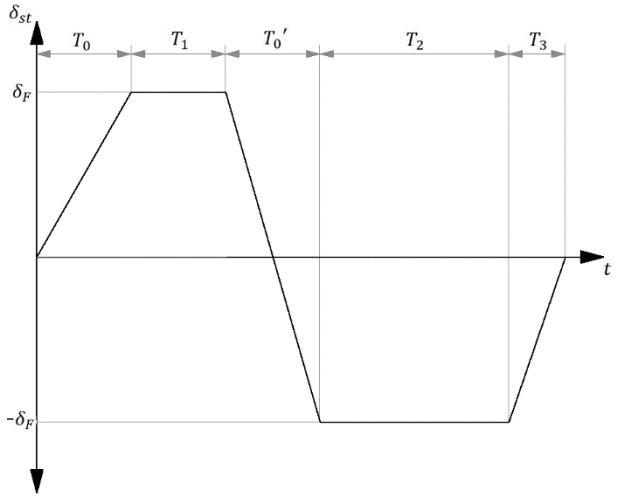
Βάσει κανονισμών το όχημα πρέπει να ακολουθήσει την παραπάνω τροχιά με σταθερή ταχύτητα ίση με $V_{dlc} = 110 \pm 5\ [km/h]$. Δεδομένης της υψηλής απαιτούμενης ταχύτητας λόγω μεγάλων αντιστάσεων (τόσο από την αεροδυναμική αντίσταση όσο και από άλλα φαινόμενα τριβής) χρειάζεται να ασκείται ροπή στους τροχούς για την διατήρηση της ταχύτητας. Επομένως θεωρείται σημαντικό να μελετηθεί και η συγκεκριμένη δοκιμασία στα πλαίσια της μελέτης της εργασίας αυτής.

Fish Hook Turn

Η δοκιμασία αυτή διαφέρει από τις παραπάνω διότι ο οδηγός δεν ακολουθεί κάποια συγκεκριμένη τροχιά, αλλά εφαρμόζει μια καθορισμένη είσοδο στο τιμόνι (δράση ανοιχτού βρόγχου) ενώ η διαμήκης ταχύτητα του οχήματος παραμένει σταθερή με συγκεκριμένη τιμή. Αυτή η δοκιμασία συνήθως διεξάγεται με σκοπό να διαπιστωθεί αν το όχημα έχει τάση ανατροπής χωρίς την παρουσία εμποδίου. Δηλαδή να ανατραπεί το όχημα από την παραπάνω δράση σε επίπεδο ομαλό δρόμο. Σημειώνεται εδώ ότι η παραπάνω δράση στο τιμόνι είναι αρκετά «επιθετική» καθώς ο οδηγός πραγματοποιεί απότομους χειρισμούς με μεγάλες γωνίες τιμονιού. Ενώ στην παρούσα διπλωματική εξετάζονται κυρίως οι βαθμοί ελευθερίας της επίπεδης κίνησης του οχήματος όπως αναφέρθηκε η δοκιμασία αυτή είναι ενδιαφέρουσα για να εξεταστεί η συμπεριφορά του συστήματος ελέγχου σε ένα έντονα μεταβατικό φαινόμενο.

Οι συνθήκες της δοκιμασίας αυτής έχουν τυποποιηθεί κατά ISO. Αρχικά η ταχύτητα του οχήματος πρέπει να είναι σταθερή. Η μέγιστη ταχύτητα πραγματοποίησης αυτής της δοκιμασίας είναι $V_{fht} = 80\ \frac{km}{h}$.

Η γωνία τιμονιού δ_{st} δίνεται ως συνάρτηση του χρόνου στο διάγραμμα που ακολουθεί:



Σχήμα 2-5: Η είσοδος γωνίας τιμονιού στην δοκιμασία "Fish Hook Turn"

- $\delta_F = 6{,}5 \cdot \delta_{0{,}3g} = 6{,}5 \cdot 64{,}2° \approx 420°$ όπου $\delta_{0{,}3g}$ η γωνία τιμονιού για κυκλική τροχιά με σταθερή πλευρική επιτάχυνση $|\alpha_y| = 0{,}3g$
- T_1: Ο χρόνος από όταν η γωνία τιμονιού φτάσει την επιθυμητή τιμή μέχρι η ταχύτητα "roll" του οχήματος να φτάσει την τιμή $|\omega_{roll}| = 1{,}5\frac{deg}{sec}$. (από την προσομοίωση προκύπτει $T_1 = 0{,}25\ sec$)
- T_2: 3 δευτερόλεπτα σταθερής γωνίας τιμονιού δ_F

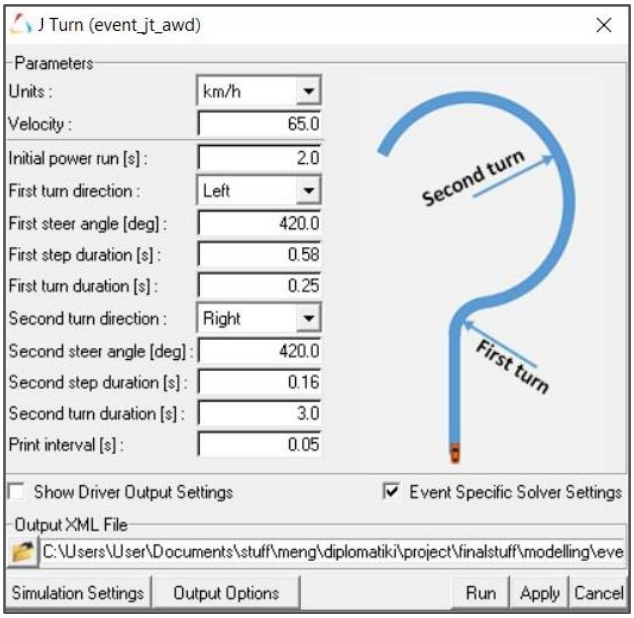
- T_3: 2 δευτερόλεπτα
- K: η απαιτούμενη κλίση της μεταβολής της γωνίας τιμονιού $K = 720\frac{deg}{sec}$

Έτσι:

$$K = \frac{\delta_F}{T_0} \Rightarrow T_0 = 0{,}579\ sec$$

$$T_0{}' = 2T_0 = 1{,}16\ sec$$

Πλέον όλες οι παράμετροι για τον καθορισμό της συνάρτησης $\delta(t)$ είναι γνωστές. Στο περιβάλλον "Motion View" η εισαγωγή των δεδομένων φαίνεται στην εικόνα που ακολουθεί.



Εικόνα 2-8: Παράμετροι εισόδου για τη δοκιμασία "Fish Hook Turn"

Η δοκιμασία αυτή στο Motion View καλείται "J-Turn".

2.3. Παράμετροι αριθμητικής επίλυσης

Στην ενότητα αυτή εξηγούνται συνοπτικά οι παράμετροι τις οποίες καθορίζει ο χρήστης για την επίλυση των παραπάνω μοντέλων.

Η επίλυση του μοντέλου του οχήματος χωρίζεται σε δύο επιμέρους διαδοχικές επιλύσεις. Μία στατική επίλυση και μία δυναμική. Η κάθε μία από αυτές απαιτεί τις δικές τις παραμέτρους. Κατά τη στατική επίλυση το όχημα αφήνεται ελεύθερο να έρθει σε επαφή με τον δρόμο με μηδενικές αρχικές ταχύτητες και επιταχύνσεις. Η μόνη δύναμη που επιδρά στα σώματα είναι αυτή της βαρύτητας και έτσι το όχημα λαμβάνει την αρχική του θέση: τα ελατήρια παραμορφώνονται μέχρι τη θέση στατικής ισορροπίας και οι τροχοί λαμβάνουν την θέση που καθορίζεται από την γεωμετρία της ανάρτησης. Πλέον το όχημα βρίσκεται ακίνητο σε επαφή με το δρόμο και είναι έτοιμη να ξεκινήσει η δυναμική επίλυση. Σε κάθε δοκιμασία, η δυναμική επίλυση ξεκινά με τον χρήστη να θέτει μια αρχική ταχύτητα και στη συνέχεια ανάλογα με τη δοκιμασία ο ελεγκτής-οδηγός ακολουθά μια οδηγό καμπύλη για την θέση του οχήματος και ένα προφίλ ταχύτητας.

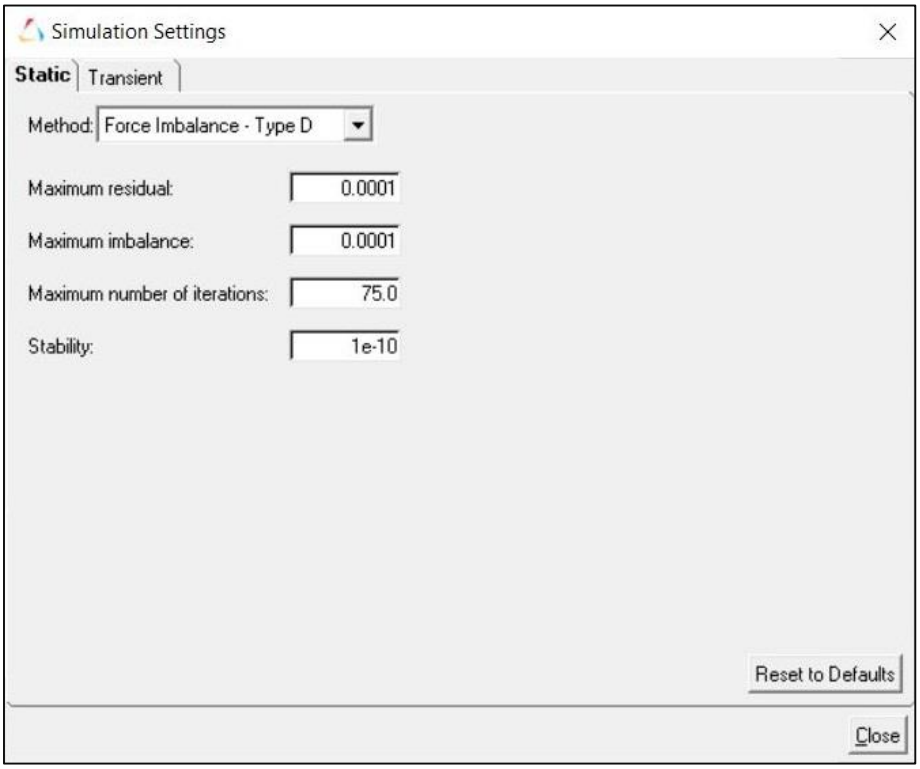
Στατική επίλυση

Το πρόγραμμα γενικά υποστηρίζει δύο μεθόδους στατικής επίλυσης:

- “Maximum Kinetic Energy Attrition Method”
- “Force Imbalance Method”

Η στατική επίλυση ξεκινά με την “Force Imbalance Method” καθώς αυτή είναι αξιόπιστη για την επίλυση μεγάλου πλήθους προβλημάτων και σχετικά πιο γρήγορη στην εύρεση λύσης. Το κυριότερο μειονέκτημα της μεθόδου “FIM” είναι η δυσκολία στην εύρεση λύσης όταν η θέση ισορροπίας είναι μακριά από τη θέση που ξεκινά το μοντέλο. Οι δύο μέθοδοι είναι συμπληρωματικές η μία της άλλης οπότε σε περιπτώσεις που αποτύχει η “FIM” η επίλυση γίνεται με την “MKEAM”. Η “FIM” γενικά δουλεύει ως εξής:

1. Όλες οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις στις εξισώσεις κίνησης θέτονται ίσες με το μηδέν και έτσι προκύπτει ένα μη-γραμμικό αλγεβρικό σύστημα εξισώσεων της μορφής: $[\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\lambda}) = \boldsymbol{0}]$
2. Οι γενικευμένες συντεταγμένες $(\boldsymbol{q})$ και οι δυνάμεις των περιορισμών $(\boldsymbol{\lambda})$ είναι οι άγνωστοι του συστήματος.
3. Το σύστημα μη-γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων λύνεται μέσω της μεθόδου Newton-Raphson για να βρεθεί η θέση ισορροπίας.
4. Οι επαναλήψεις τις μεθόδου σταματάνε όταν:
    - Η ανισορροπία στις εξισώσεις έχει μειωθεί κάτω από μια περιορισμένη τιμή ανοχής
    - Η λύση του συστήματος εξισώσεων $[\boldsymbol{F}(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{\lambda}) = \boldsymbol{0}]$ ικανοποιείται σε σχέση με την τιμή ανοχής που ορίζει ο χρήστης
    - Ο αριθμός των επαναλήψεων φτάνει τον μέγιστο επιτρεπτό



Εικόνα 2-9: Παράμετροι στατικής επίλυσης

- "Maximum residual": Η ανώτερη τιμή που μπορεί να πάρει το υπόλοιπο που προκύπτει από την μέθοδο Newton-Raphson.
- "Maximum imbalance": Η ανώτερη τιμή της ανισορροπίας δυνάμεων στις εξισώσεις κίνησης που επιτρέπεται στο σημείο λύσης.
- Ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων που επιτρέπεται μέχρι η μέθοδος να σταματήσει.
- Το κλάσμα του μητρώου μάζας το οποίο προστίθεται στον Ιακωβιανό πίνακα ώστε να εξασφαλίσει ότι ο τελευταίος δεν είναι ιδιάζον. Ο Ιακωβιανός μπορεί να γίνει ιδιάζον όταν ένα σύστημα έχει λύση ουδέτερης ισορροπίας και η αρχική εκτίμηση είναι κοντά σε αυτή. Για να αποφευχθεί το παραπάνω, ένα κλάσμα του μητρώου μάζας (γνωστό ότι είναι μη-ιδιάζον) προστίθεται στον Ιακωβιανό πίνακα με σκοπό να τον μετατρέψει σε μη-ιδιάζον. Η τιμή της παραμέτρου αυτής δεν επηρεάζει την ακρίβεια της λύσης αλλά μπορεί να μειώσει τον ρυθμό σύγκλισης της αριθμητικής μεθόδου.

Δυναμική επίλυση

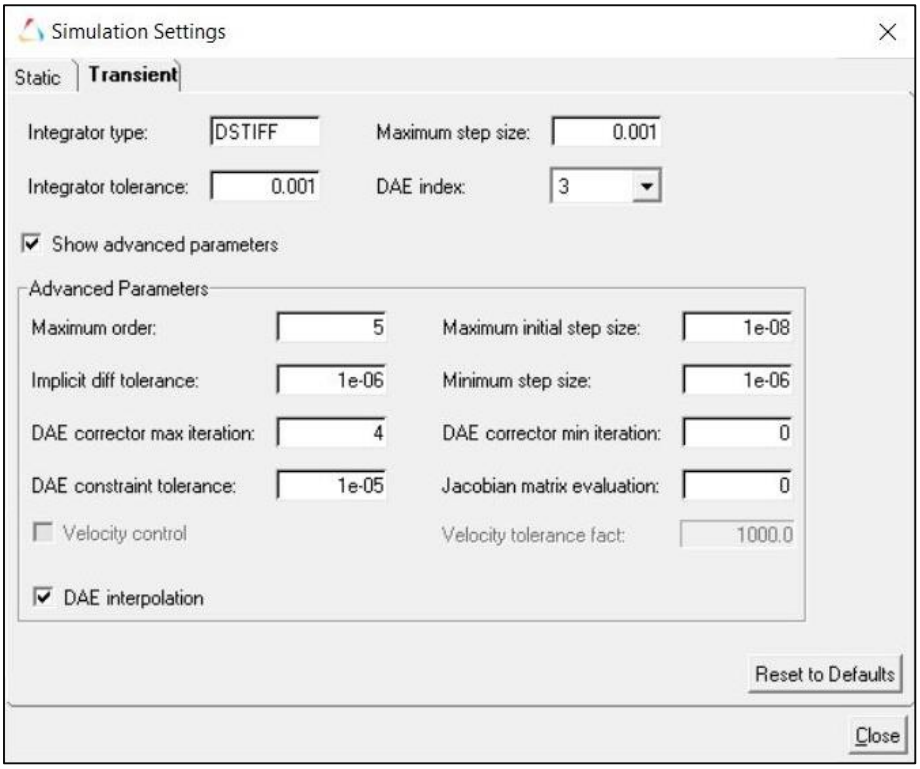
Μετά το πέρας της στατικής επίλυσης ξεκινά η δυναμική επίλυση. Για την δυναμική επίλυση χρειάζεται αρχικά να γίνει επιλογή του επιλυτή. Το πρόγραμμα δίνει τη δυνατότητα επίλυσης δύο διαφορετικών κατηγοριών προβλημάτων:

- Σύστημα κανονικών διαφορικών εξισώσεων (Ordinary Differential Equations)
- Σύστημα διαφορικών αλγεβρικών εξισώσεων (Differential Algebraic Equations)

Για την επίλυση ενός συστήματος "DAE" το πρόγραμμα υποστηρίζει τον επιλυτή "DSTIFF". Ο επιλυτής λύνει ένα σύστημα διαφορικών/αλγεβρικών εξισώσεων της μορφής $G(t, y, \dot{y}) = 0$ χρησιμοποιώντας ένα συνδυασμό μεθόδων "Backward Differentiation Formula" (έμμεσες μέθοδοι αριθμητικής ολοκλήρωσης διαφορικών εξισώσεων). Σε κάθε χρονικό βήμα επίλυσης τρεις λειτουργίες πραγματοποιούνται: Πρόβλεψη, Διόρθωση, Εκτίμηση σφάλματος

a) Πρόβλεψη: Προβλέπεται μια καλή αρχική εκτίμηση από τον "predictor" για να ακολουθήσει η διόρθωση από τον "corrector". Ο "predictor" παρεμβάλει ένα πολυώνυμο στα προηγουμένως υπολογισμένα σημεία λύσης. Στη συνέχεια μέσω του πολυωνύμου προβλέπει την λύση για την νέα χρονική στιγμή.
b) Διόρθωση: Ο corrector βελτιώνει την λύση που έχει προβλεφθεί ώστε να ικανοποιεί τις εξισώσεις κίνησης. Για προβλήματα DAE Index-3 ο επιλυτής DSTIFF χρησιμοποιεί μια παραλλαγή της μεθόδου Newton-Raphson. Για αυτό το λόγο το σύστημα DAE μετατρέπεται πρώτα σε σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων διαφορών.
c) Εκτίμηση σφάλματος: Ο "corrector" βεβαιώνει ότι η λύση ικανοποιεί τις εξισώσεις κίνησης αλλά όχι την ακρίβεια της λύσης. Έτσι το επόμενο βήμα είναι να υπολογιστεί το σφάλμα ολοκλήρωσης σε κάθε βήμα ώστε να εκτιμηθεί η ακρίβεια της λύσης αφού είναι πιθανό η διορθωμένη λύση να μην είναι η πραγματική: μπορεί η πρόβλεψη να ήταν κακή και ο "corrector" να βρήκε λύση που να μην είναι συνεπής με τις αρχικές συνθήκες του μοντέλου. Με άλλα λόγια, το αποτέλεσμα μπορεί να έχει μεταπηδήσει σε διαφορετική λύση στην πολλαπλότητα των λύσεων ενώ εξακολουθεί να ικανοποιεί τις εξισώσεις κίνησης.

Μετά τη συνοπτική περιγραφή της δυναμικής επίλυσης ακολουθεί η αναφορά των παραμέτρων δυναμικής επίλυσης.



Εικόνα 2-10: Παράμετροι δυναμικής επίλυσης

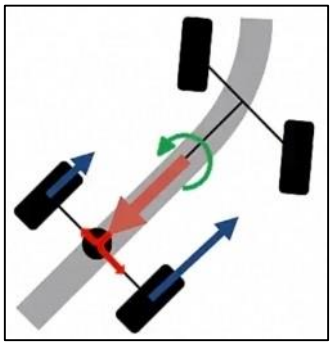
- “Integrator tolerance”: Η μέγιστη απόλυτη τιμή του σφάλματος για κάθε χρονικό βήμα επίλυσης που επιτρέπεται στον υπολογισμό της μετατόπισης και της ταχύτητας.
- “Maximum step size”: Η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει το βήμα επίλυσης. Γενικά, μικρότερη τιμή οδηγεί σε μεγαλύτερη ακρίβεια στα αποτελέσματα (ιδίως σε μοντέλα με ασυνέχειες).
- “DAE index”: Ο δείκτης του συστήματος DAE. Ο δείκτης αυτός δείχνει πόσες φορές πρέπει να γίνει η παραγώγιση των εξισώσεων των περιορισμών ως προς την ανεξάρτητη μεταβλητή (συνήθως ο χρόνος) ώστε το σύστημα να μετατραπεί σε ένα σύστημα κανονικών διαφορικών εξισώσεων (ODE). Με την επιλογή “index 3” το σύστημα DAE περιέχει περιορισμούς μετατόπισης.
- “Maximum order”: Η μέγιστη τάξη του επιλυτή. Μεγαλύτερη τάξη οδηγεί σε πιο ακριβή αποτελέσματα αλλά σε μικρότερη ευστάθεια της αριθμητικής επίλυσης.
- “Maximum initial step size”: Η μέγιστη τιμή του αρχικού βήματος επίλυσης.
- “Minimum step size”: Η ελάχιστη τιμή που μπορεί να πάρει το βήμα επίλυσης.
- “DAE corrector max iteration”: Ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων που μπορεί να κάνει ο “corrector” ώστε να επιτευχθεί σύγκλιση (αυστηρά μικρότερο του 8).
- “DAE corrector min iteration”: Ο ελάχιστος αριθμός επαναλήψεων που μπορεί να κάνει ο “corrector” ώστε να επιτευχθεί σύγκλιση (αυστηρά μικρότερο του 3).
- “DAE constraint tolerance”: Το μέγιστο επιτρεπτό σφάλμα των αλγεβρικών περιορισμών που πρέπει να ικανοποιείται για σύγκλιση.
- “Jacobian matrix evaluation”: η συχνότητα αξιολόγησης του Ιακωβιανού πίνακα κατά την διάρκεια των επαναλήψεων του “corrector”.

3. Ενεργητική μετάδοση ισχύος

Στο δεύτερο κεφάλαιο έγινε μια αναλυτική περιγραφή των μοντέλων με παθητικό σύστημα μετάδοσης ισχύος. Στο κεφάλαιο αυτό ακολουθεί μια περιγραφή ενός μοντέλου με ενεργητικό σύστημα μετάδοση ισχύος, δηλαδή η ισχύς μοιράζεται στους τροχούς ακολουθώντας έναν νόμο ελέγχου. Αρχικά αναφέρονται συνοπτικά οι βασικοί λόγοι που καθιστούν τα αυτοκίνητα σημαντικό πεδίο εφαρμογής συστημάτων αυτομάτου ελέγχου. Το 2015 εκτιμήθηκε ότι υπάρχουν σε χρήση περισσότερα από 1.2 δισεκατομμύρια οχήματα στον κόσμο (Πηγή: www.statista.com). Η ραγδαία αύξηση της χρήσης αυτοκινήτων οδηγεί στην ανάγκη της βελτιστοποίησης των οχημάτων αυτών κυρίως ως προς το αντίκτυπο τους στο περιβάλλον (ενεργειακή κατανάλωση, εκπομπές ρύπων κλπ.) και την ασφάλεια των επιβατών. Τα τελευταία χρόνια έχει σημειωθεί σημαντική πρόοδος στον τομέα της ασφάλειας των επιβατών αφού πλέον τα αυτοκίνητα έχουν βελτιωμένο σχεδιασμό αναρτήσεων και ελαστικών για καλύτερη πρόσφυση, πλαίσια με ζώνες ελεγχόμενης παραμόρφωσης για την απορρόφηση της ενέργειας κρούσης σε περίπτωση σύγκρουσης και πολλά άλλα συστήματα «παθητικής ασφάλειας». Επιπλέον όμως έχει σημειωθεί σημαντική πρόοδος και στην ανάπτυξη συστημάτων «ενεργητικής ασφάλειας» δηλαδή συστημάτων αυτομάτου ελέγχου με σκοπό την αύξηση της ασφάλειας των επιβατών. Μεταξύ αυτών, τα πιο διαδεδομένα συστήματα είναι οι αερόσακοι, το “ABS” (*Anti-lock Braking System*), συστήματα προειδοποίησης μη αναμενόμενης αλλαγής λωρίδας (*Lane Assist*) και συστήματα αποφυγής σύγκρουσης με προπορευμένα οχήματα (*Collision Avoidance System*). Στα πλαίσια της εργασίας αυτής θα μελετηθεί ένα σύστημα ελέγχου το οποίο ταιριάζει νοηματικά με την υπόλοιπη εργασία. Το σύστημα αυτό είναι γνωστό με την εμπορική ονομασία *“Active Yaw Control”*.

3.1. Περιγραφή συστήματος ελέγχου

Στα μοντέλα του δεύτερου κεφαλαίου έγινε κατανοητό ότι σε κάθε περίπτωση η ροπή μοιράζεται ισόποσα σε κάθε κινητήριο τροχό. Αυτό σημαίνει ότι σε ίδιες συνθήκες πρόσφυσης για κάθε τροχό, οι δυνάμεις που επιταχύνουν το όχημα είναι συμμετρικά κατανεμημένες ως προς τον διαμήκη άξονα του οχήματος και έτσι δεν δημιουργούν κάποια ροπή ως προς τον άξονα “Yaw” του οχήματος. Μπορούν επομένως να επηρεάσουν άμεσα μόνο την συμπεριφορά του οχήματος κατά το διαμήκη άξονα. Επιπλέον, κατά το φρενάρισμα οι δυνάμεις πέδησης στους τροχούς είναι και αυτές συμμετρικές ως προς τον διαμήκη άξονα χωρίς να δημιουργούν κάποια ροπή. Η γενική ιδέα πίσω από ένα σύστημα ελέγχου *“Active Yaw Control”* είναι η δυνατότητα να διαφοροποιηθούν οι δυνάμεις επιτάχυνσης ή/και επιβράδυνσης μεταξύ των αριστερά και δεξιά τροχών ενός οχήματος.



Εικόνα 3-1: Active Yaw Control

Αυτή η διαφοροποίηση συνεπάγεται την δημιουργία ροπής γύρω από τον άξονα "Yaw" του οχήματος. Έτσι, η ροπή αυτή μπορεί να αποτελέσει μια δράση ελέγχου σε περίπτωση που είναι επιθυμητός ο έλεγχος των αποκρίσεων που επηρεάζονται άμεσα από την δράση αυτή (για παράδειγμα η διεύθυνση του οχήματος και η γωνιακή του ταχύτητα).

Στην παρούσα εργασία θα εξεταστεί μόνο η περίπτωση ελέγχου που αφορά στις δυνάμεις επιτάχυνσης ("traction forces") ενός οχήματος. Τέτοια συστήματα είναι αλλιώς γνωστά και με την ονομασία *"Torque Vectoring"*. Η υλοποίηση ενός τέτοιου συστήματος στα πλαίσια της εργασίας αυτής θα βασιστεί στο απλοποιημένο μοντέλο οχήματος που περιγράφεται στο πρώτο κεφάλαιο. Ο σχεδιασμός του ελεγκτή βασίζεται στην θεωρία του "*Sliding Mode Control"*.

Sliding Mode Control

Στην ενότητα αυτή ακολουθεί μια σύντομη αναφορά πάνω στο αντικείμενο ελέγχου που εφαρμόζεται στην παρούσα εργασία. Μια απλή προσέγγιση ελέγχου σε συστήματα τα οποία εμφανίζουν αβεβαιότητα, είναι αυτή του *"Sliding Mode Control".* Διαισθητικά, βασίζεται στην παρατήρηση ότι είναι πιο εύκολο να ελεγχθούν συστήματα 1ης τάξης από ότι μεγαλύτερης.

Έστω το σύστημα:

$$x^{(n)} = f(x) + b(x)u \qquad x, u \in R$$

Το σύστημα γράφεται στη μορφή:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ : \\ . \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ : \\ . \\ x_n \\ f(x) + b(x)u \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{x} = (\dot{x}_1 \dots \dots \dots \dot{x}_n)^T$$

Ορίζεται $\boldsymbol{x_d} = (x_d, \dot{x}_d, \ddot{x}_d, \dots)$ η επιθυμητή κατάσταση και $\tilde{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x_d}$ το σφάλμα από την επιθυμητή κατάσταση.

Βήμα 1ο

Ορισμός της επιφάνειας *"sliding mode".* Αυτή είναι επιφάνεια χρονικά αμετάβλητη (time invariant) $\mathrm{x(t)} = \mathrm{x(t + \kappa)}$) και ορίζεται ως:

$$S(t) = \{x | s(x,t) = 0\}$$

Όπου: $s(x,t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \tilde{\boldsymbol{x}}(t)\,, \lambda > 0$

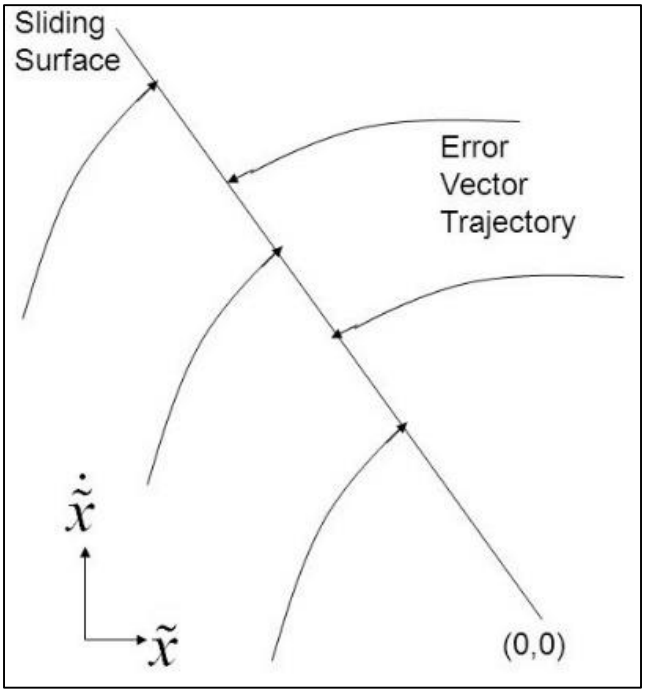
Αν η κατάσταση του συστήματος βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια αυτή επιτυγχάνεται σύγκλιση εκθετικά.

Βήμα 2ο

Το απλοποιημένο πρόβλημα 1ης τάξης που είναι να κρατάμε το σφάλμα s στο μηδέν μπορεί να επιτευχθεί επιλέγοντας νόμο ελέγχου “u” τέτοιον ώστε έξω από την επιφάνεια “S(t)” να ισχύει:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}s^2 \leq -\eta|s|$$

Η εξίσωση αυτή δηλώνει ότι το τετράγωνο της απόστασης από την επιφάνεια μειώνεται για κάθε τροχιά του συστήματος.



Εικόνα 3-2: Τροχιές σύγκλισης σφάλματος στην επιφάνεια "sliding mode"

Ένα μεγάλο πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι η αξιολόγηση της ευστάθειας μέσα από τα διαγράμματα φάσης $\dot{s} - s$.

Ορίζεται η δράση η οποία οδηγεί το σύστημα στην επιφάνεια “S” σε πεπερασμένο χρόνο. Για να παραμείνουμε στην επιφάνεια “S” ψάχνουμε δράση τέτοια ώστε $\dot{s} = 0$

Από τα παραπάνω έχουμε ότι:

$$s = \tilde{x}^{(n-1)} + \cdots + \lambda^{n-1}\tilde{x} \Rightarrow \dot{s} = \tilde{x}^{(n)} + \cdots + \lambda^{n-1}\dot{\tilde{x}} \Rightarrow \dot{s} = x^{(n)} - {x_d}^{(n)} + \cdots + \lambda^{n-1}\dot{\tilde{x}} \Rightarrow$$

$$\dot{s} = f(x) + b(x)u - {x_d}^{(n)} + \cdots + \lambda^{n-1}\dot{\tilde{x}} \overset{\dot{s}=0}{\Longrightarrow} u^* = -\frac{f(x) + {x_d}^{(n)} + \cdots + \lambda^{n-1}\dot{\tilde{x}}}{b(x)}$$

Έτσι για $u = u^*$ έχουμε $\dot{s} = 0$.

Εφαρμογή

Από το πρώτο κεφάλαιο είναι γνωστό ότι για το απλοποιημένο μοντέλο ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\left(F_{xfl}+F_{xfr}\right)\cos\delta+\left(F_{yfl}+F_{yfr}\right)\sin\delta+F_{xrl}+F_{xrr}=-ma_x \qquad (1.1)$$

$$-\left(F_{xfl}+F_{xfr}\right)\sin\delta+\left(F_{yfl}+F_{yfr}\right)\cos\delta+F_{yrl}+F_{yrr}=ma_y \qquad (1.2)$$

$$\begin{aligned}\frac{l_w}{2}\left[\left(F_{xfr}-F_{xfl}\right)\cos\delta+\left(F_{xrr}-F_{xrl}\right)+\left(F_{yfr}-F_{yfl}\right)\sin\delta\right]\\ +l_f\left[\left(F_{xfl}+F_{xfr}\right)\sin\delta-\left(F_{yfl}+F_{yfr}\right)\cos\delta\right]\\ +l_r\left(F_{yrl}+F_{yrr}\right)=I_{ZZ}\ddot{\theta}\end{aligned} \qquad (1.3)$$

Επιπλέον έχει οριστεί η απόκλιση από την επιθυμητή κατάσταση:

$$s=\left(\dot{\theta}-\dot{\theta}_{des}\right)+\xi(\beta-\beta_{des}) \qquad \xi\epsilon R \text{ και } \xi>0$$

Η παραπάνω εξίσωση αντιπροσωπεύει την *"sliding surface"* του *"Sliding Mode Control"*. Η επιλογή των συγκεκριμένων αποκρίσεων για έλεγχο εξηγείται στο πρώτο κεφάλαιο. Παραγωγίζοντας την έκφραση του σφάλματος έχουμε:

$$\dot{s}=\left(\ddot{\theta}-\ddot{\theta}_{des}\right)+\xi\left(\dot{\beta}-\dot{\beta}_{des}\right)$$

Για την επίτευξη ευστάθειας του συστήματος απαιτούμε τη συνθήκη:

$$s\dot{s}=-\eta s^2<0\Rightarrow\dot{s}=-\eta s \qquad (3.1)$$

(Ερμηνεία: μείωση απόστασης από την επιφάνεια "sliding surface")

Όπου: $\eta\epsilon R$ και $\eta>0$

Αντικαθιστώντας στην εξίσωση *3.1* τις εξισώσεις για το σφάλμα και την παράγωγό του προκύπτει ότι:

$$\left(\ddot{\theta}-\ddot{\theta}_{des}\right)+\xi\left(\dot{\beta}-\dot{\beta}_{des}\right)=-\eta\left(\dot{\theta}-\dot{\theta}_{des}\right)+\xi(\beta-\beta_{des})$$

Αντικαθιστώντας τώρα την έκφραση αυτή στην εξίσωση κίνησης *1.3* προκύπτει:

$$\begin{aligned}\frac{l_w}{2}\left(F_{xfr}-F_{xfl}\right)\cos\delta+\frac{l_w}{2}\left(F_{xrr}-F_{xrl}\right)+l_f\left(F_{xfl}+F_{xrl}\right)\sin\delta\\ =I_{zz}\left[\ddot{\theta}_{des}-\xi\left(\dot{\beta}-\dot{\beta}_{des}\right)-\eta\left(\dot{\theta}-\dot{\theta}_{des}+\xi(\beta-\beta_{des})\right)\right]-\frac{l_w}{2}\left(F_{yfr}-F_{yfl}\right)\sin\delta\\ +l_f\left(F_{yfl}+F_{yfr}\right)\cos\delta-l_r\left(F_{yrl}+F_{yrr}\right)\end{aligned} \qquad (3.2)$$

Στο αριστερά μέλος της εξίσωσης αυτής εμφανίζονται τέσσερις «άγνωστοι», οι διαμήκεις δυνάμεις F_{xfl}, F_{xfr}, F_{xrl}, F_{xrr} οι οποίες αποτελούν και την «δράση» ελέγχου. Χρειάζονται επομένως άλλες τρεις εξισώσεις για τον καθορισμό των δυνάμεων αυτών.

Υπάρχουν άλλες δύο εξισώσεις κίνησης που περιλαμβάνουν τις δυνάμεις αυτές. Η *1.1* περιγράφει την διαμήκη κίνηση του οχήματος. Όμως, όπως περιεγράφηκε στο δεύτερο κεφάλαιο, η διαμήκης επιτάχυνση εκτιμάται από τον οδηγό-ελεγκτή ο οποίος στη συνέχεια αποφασίζει ποια θα είναι η κινητήρια ροπή κάθε χρονική στιγμή. Έτσι, για να μην γίνει επέμβαση στον ελεγκτή, αντί της *1.1* χρησιμοποιείται η ισοδύναμη έκφραση:

$$F_{xfl} + F_{xfr} + F_{xrl} + F_{xrr} = \frac{T}{r_{eff}} \qquad (3.3)$$

Δηλαδή ότι το άθροισμα όλων των διαμηκών δυνάμεων ισούται πάντα με τη συνολική ροπή δια την ενεργή ακτίνα των ελαστικών (όλοι οι τροχοί είναι ίδιοι).

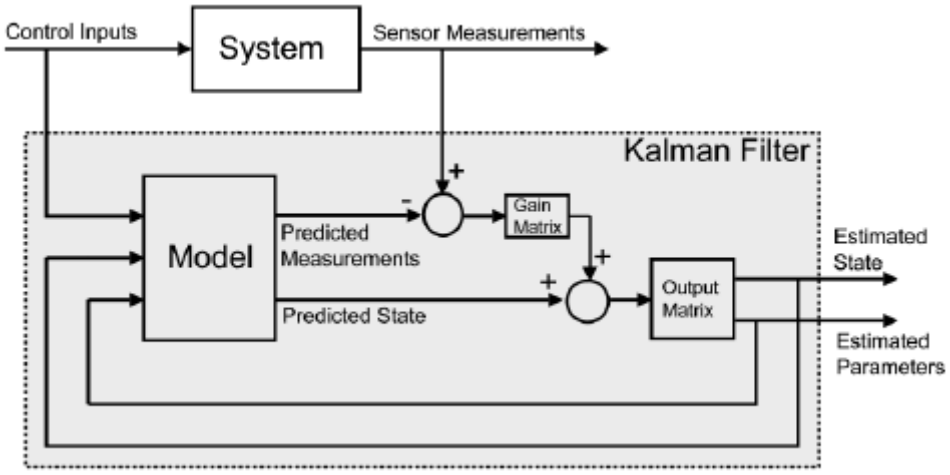
Επιπλέον, η εξίσωση *1.2* για την πλευρική συμπεριφορά του οχήματος μπορεί να γραφεί:

$$\left(F_{xfl} + F_{xfr}\right)\sin\delta = \left(F_{yfl} + F_{yfr}\right)\cos\delta + F_{yrl} + F_{yrr} - ma_y \qquad (3.4)$$

Συνοψίζοντας, στις παραπάνω εξισώσεις εμφανίζονται τα εξής μεγέθη:

- Σταθερά: l_w, l_f, l_r, I_{zz}, m
- Από feedback: $\delta, \dot{\theta}, \beta, \dot{\beta}, F_{yfl}, F_{yfr}, F_{yrl}, F_{yrr}, a_x, a_y, V_x, a_x, \delta, \dot{V}_x, \dot{a_x}, \dot{\delta}$
- Εκτιμώνται τα: $\dot{\theta}_{des}, \ddot{\theta}_{des}, \beta_{des}, \dot{\beta}_{des}$, $\left(h\left(V_x, a_x, \delta, \dot{V}_x, \dot{a_x}, \dot{\delta}\right)\right)$

Σημειώνεται εδώ ότι οι τιμές κάποιων μεταβλητών ενώ μπορούν να εκμαιεύονται από το πρόγραμμα προσομοίωσης, στην πραγματικότητα δεν είναι εύκολο να μετρηθούν. Σήμερα υπάρχουν προηγμένα συστήματα *GPS* (*Global Positioning System*) και *IMU* (*Inertia Measurement Unit*) με τα οποία μπορούν να μετρηθούν για παράδειγμα ταχύτητες και επιταχύνσεις με καλή ακρίβεια και αρκετά ικανοποιητική συχνότητα δειγματοληψίας. Παρόλα αυτά οι τιμές των πλευρικών δυνάμεων δεν μπορούν στην πράξη να μετρηθούν απευθείας. Συνήθως η μέτρηση τέτοιων μεγεθών πραγματοποιείται με την χρήση των λεγόμενων φίλτρων Κάλμαν (Kalman filter). Το φίλτρο Kalman είναι ένας αλγόριθμος με τον οποίο είναι εφικτός ο υπολογισμός της τιμής μιας μεταβλητής η οποία δεν είναι εφικτό να μετρηθεί απευθείας. Ο υπολογισμός γίνεται με την χρήση ενός μαθηματικού μοντέλου όπου πέραν της επιθυμητής μεταβλητής υπολογίζονται και τιμές άλλων μεταβλητών που οι τιμές τους είναι εφικτό να μετρηθούν από κατάλληλους αισθητήρες. Έτσι με την «διόρθωση» του μαθηματικού μοντέλου σκοπός είναι η επίτευξη μηδενικού σφάλματος μεταξύ των υπολογιζόμενων και των μετρούμενων τιμών των μετρήσιμων μεταβλητών. Αν το παραπάνω επιτευχθεί τότε η τιμή της υπολογιζόμενης μη μετρήσιμης μεταβλητής συγκλίνει στην πραγματική τιμή. Αυτό βέβαια εξαρτάται και από την ακρίβεια του μαθηματικού μοντέλου.



Εικόνα 3-3: Λειτουργικό διάγραμμα φίλτρου Κάλμαν

Παρόλα αυτά ακόμα και μετά την λήψη των παραπάνω μεταβλητών, οι άγνωστοι είναι τέσσερις ενώ οι εξισώσεις παραμένουν τρεις. Το σύστημα έχει δηλαδή άπειρες λύσεις. Το πρόβλημα αυτό εξηγείται ως εξής:

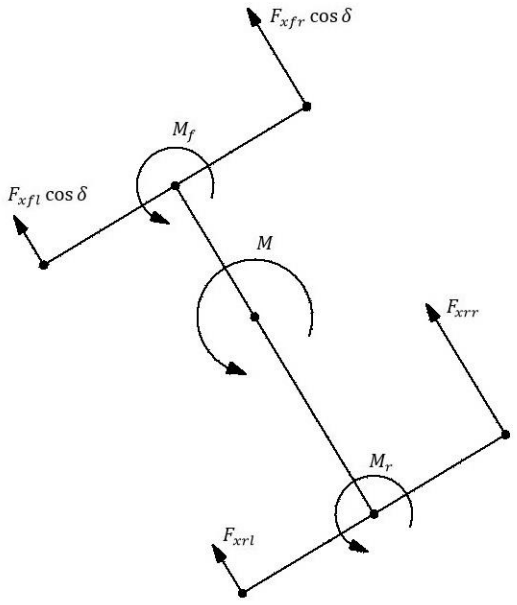
Από την εξίσωση *3.4* είναι δυνατό να υπολογιστεί ο όρος $F_{xfl} + F_{xfr}$ δηλαδή η κινητήρια ροπή που θα μεταδοθεί από τον κινητήρα στους εμπρόσθιους τροχούς. Έπειτα από την *3.3* μπορεί να υπολογισθεί ο όρος $F_{xrl} + F_{xrr}$ δηλαδή η κινητήρια ροπή που θα μεταδοθεί στους οπίσθιους τροχούς (εφόσον η ακτίνα του ελαστικού είναι γνωστή και σταθερή η έκφραση «κινητήρια ροπή» είναι ισοδύναμη με την έκφραση της «κινητήριας δύναμης»). Τέλος μένει η εξίσωση *3.2*. Σε αυτή την εξίσωση, στο αριστερό μέλος εμφανίζονται οι άγνωστοι με την μορφή της ροπής διόρθωσης που μπορεί να δημιουργήσει η διαφορά τους ως προς τον άξονα “Yaw” του οχήματος :

$$M_f = \frac{l_w}{2}\left(F_{xfr} - F_{xfl}\right)\cos\delta$$

$$M_r = \frac{l_w}{2}\left(F_{xrr} - F_{xrl}\right)$$

Οι κινητήριες ροπές συμβολίζονται με το γράμμα “T” ενώ οι ροπές διόρθωσης ως προς τον άξονα “Yaw” με το γράμμα “M” για την αποφυγή σύγχυσης.

Έτσι λοιπόν φαίνεται ότι ενώ χρειάζεται στην εξίσωση *3.2* να εμφανίζεται μια δράση, δηλαδή μια ροπή διόρθωσης M η οποία να διορθώνει το ενδεχόμενο σφάλμα, εμφανίζονται δύο, η M_f και η M_r για τις οποίες ισχύει προφανώς $M = M_f + M_r$. Στο σχήμα που ακολουθεί απεικονίζονται οι ροπές αυτές.



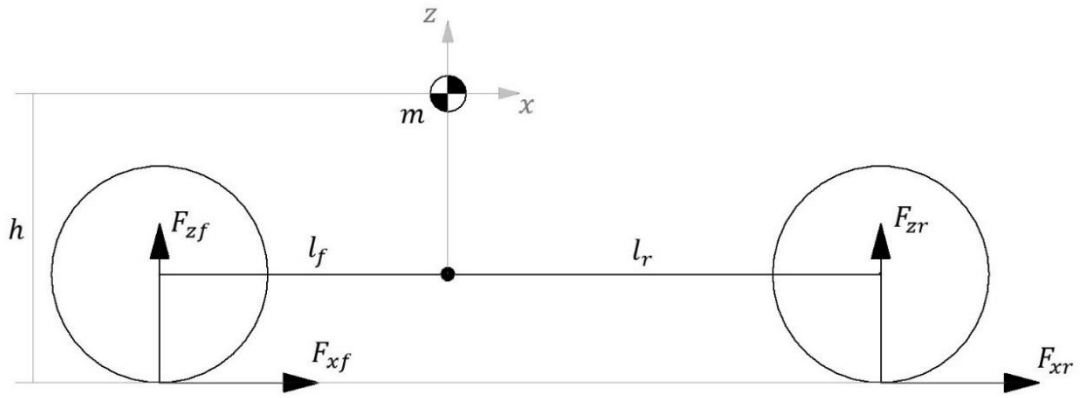
Σχήμα 3-1: Ροπές ως προς τον άξονα "Yaw" του οχήματος

Συνοπτικά, είναι γνωστό πόση ισχύς θα μεταδοθεί μπροστά και πόση πίσω, καθώς και το πόση ροπή χρειάζεται συνολικά για να διορθώσει το σφάλμα. Όμως δεν έχουν καθοριστεί οι όροι M_f και M_r οι οποίοι δίνουν το επιθυμητό άθροισμα με άπειρους συνδυασμούς. Αυτό διότι ενώ χρειάζεται να ελεγχθεί μια απόκριση, υπάρχουν δύο δράσεις, δηλαδή υπάρχει πλεονασμός στο πρόβλημα (redundancy).

Χρειάζεται επομένως μία επιπλέον συνθήκη που θα ορίζει πόση ροπή διόρθωσης θα δέχεται το όχημα από το εμπρόσθιο ζευγάρι τροχών και πόση από το οπίσθιο. Αυτή η σχέση έχει τη μορφή:

$$M_f = \rho M_r \qquad (3.4)$$

Ο συντελεστής ρ που δίνει την επιθυμητή αναλογία θα μπορούσε να οριστεί αυθαίρετα ίσος με τη μονάδα και έτσι να ζητείται ίδια ροπή διόρθωσης από τους εμπρόσθιους και οπίσθιους τροχούς. Μια διαφορετική ιδέα είναι να γίνεται μια εκτίμηση της κατανομής του κάθετου φορτίου μεταξύ των εμπρόσθιων και των οπίσθιων τροχών και την αναλογία αυτή να την αποδίδουμε στον λόγο ρ. Η λογική πίσω από αυτό είναι να απαιτείται μεγαλύτερη ροπή διόρθωσης από το ζευγάρι τροχών με μεγαλύτερο κάθετο φορτίο οι οποίοι πιθανότατα να έχουν και καλύτερη πρόσφυση.



Σχήμα 3-2: Απλό μοντέλο για τον υπολογισμό της κατανομής του κάθετου φορτίου μεταξύ εμπρόσθιων και οπίσθιων τροχών

Από το παραπάνω σχήμα:

$$\Sigma F_Z = 0 \Rightarrow F_{zf} + F_{zr} = mg$$

$$\Sigma M_c = 0 \Rightarrow -(F_{xf} + F_{xr})h + F_{zf} l_f - F_{zr} l_r = 0$$

$$\Sigma F_x = ma_x \Rightarrow F_{xf} + F_{xr} = ma_x$$

Όπου h η απόσταση του κέντρου μάζας από το έδαφος.

Αντικαθιστώντας κατάλληλα και λύνοντας ως προς τα κάθετα φορτία:

$$F_{zf} = \frac{m(gl_r + a_x h)}{L}$$

$$F_{zr} = \frac{m(gl_f - a_x h)}{L}$$

Ορίζοντας: $\rho = \frac{F_{zf}}{F_{zr}}$ προκύπτει ότι:

$$\rho = \frac{gl_r + a_x h}{gl_f - a_x h}$$

Επομένως η εξίσωση *3.4* λαμβάνει τη μορφή:

$$-F_{xfl}\cos\delta + F_{xfr}\cos\delta + \rho F_{xrl} - \rho F_{xrr} = 0 \qquad (3.5)$$

Οι εξισώσεις *3.2-3.5* γράφονται σε μητρωική μορφή:

$$\begin{bmatrix} l_f\sin\delta - \frac{l_w\cos\delta}{2} & l_f\sin\delta + \frac{l_w\cos\delta}{2} & -\frac{l_w}{2} & \frac{l_w}{2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \sin\delta & \sin\delta & 0 & 0 \\ -\cos\delta & \cos\delta & \rho & \rho \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_{xfl} \\ F_{xfr} \\ F_{xrl} \\ F_{xrr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ T/r_{eff} \\ F \\ 0 \end{pmatrix}$$

Όπου:

$$E = I_{zz}\left[\ddot{\theta}_{des} - \xi(\dot{\beta} - \dot{\beta}_{des}) - \eta\left(\dot{\theta} - \dot{\theta}_{des} + \xi(\beta - \beta_{des})\right)\right] - \frac{l_w}{2}(F_{yfr} - F_{yfl})\sin\delta + l_f(F_{yfl} + F_{yfr})\cos\delta - l_r(F_{yrl} + F_{yrr})$$

$$F = (F_{yfl} + F_{yfr})\cos\delta + F_{yrl} + F_{yrr} - ma_y$$

Το οποίο είναι ένα απλό γραμμικό αλγεβρικό σύστημα τεσσάρων εξισώσεων. Το σύστημα αυτό όμως εμφανίζει το εξής πρόβλημα. Όταν το όχημα βρίσκεται στην ευθεία, η γωνία διεύθυνσης των τροχών είναι μηδέν, πράγμα που σημαίνει ότι η τρίτη σειρά του πίνακα είναι μηδενική. Δηλαδή ο πίνακας *A* στην περίπτωση αυτή είναι ιδιάζον. Το φαινόμενο αυτό έχει προφανή φυσική ερμηνεία. Η τρίτη εξίσωση *(3.4)* δίνει πληροφορίες για τα πλευρικά χαρακτηριστικά του οχήματος και στην ευθεία είναι περιττή. Όταν το όχημα εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση όλοι οι όροι της εξίσωσης μηδενίζονται.

Επομένως χρειάζεται να αντικατασταθεί η εξίσωση αυτή με μια άλλη, γραμμικά ανεξάρτητη των υπολειπόμενων. Ανακαλείται εδώ ότι η εξίσωση *(3.4)* σε συνδυασμό με την *(3.3)* έδινε την κατανομή δυνάμεων μπροστά-πίσω. Χρειάζεται επομένως μια έκφραση η οποία θα δίνει την ίδια πληροφορία.

Έστω λοιπόν ότι: $\frac{F_{xfl}+F_{xfr}}{F_{xrl}+F_{xrr}} = \rho$ δηλαδή χρησιμοποιούμε τον ίδιο λόγο που δίνει κατανομή ροπών διόρθωσης μπροστά-πίσω για την κατανομή δυνάμεων μπροστά-πίσω.

Δηλαδή η *3.4* αντικαθίσταται από την:

$$F_{xfl} + F_{xfr} - \rho F_{xrl} - \rho F_{xrr} = 0 \qquad (3.6)$$

Οι εξισώσεις *3.2*, *3.3*, *3.6*, και *3.5* γράφονται σε μητρωική μορφή:

$$\begin{bmatrix} l_f\sin\delta - \frac{l_w\cos\delta}{2} & l_f\sin\delta + \frac{l_w\cos\delta}{2} & -\frac{l_w}{2} & \frac{l_w}{2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -\rho & -\rho \\ -\cos\delta & \cos\delta & \rho & \rho \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_{xfl} \\ F_{xfr} \\ F_{xrl} \\ F_{xrr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ T/r_{eff} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Στο παραπάνω γραμμικό αλγεβρικό σύστημα η ορίζουσα του μητρώου *A* είναι διάφορη του μηδενός και έτσι το σύστημα έχει μοναδική λύση κάθε χρονική στιγμή.

Όμως όταν το όχημα βρίσκεται στην στροφή η λύση του παραπάνω συστήματος σημαίνει ότι η εξίσωση *3.4* (που αποτελεί εξίσωση κίνησης) καταστρατηγείται. Δεδομένου όμως ότι η γωνία δ είναι μικρή, (κατά την διάρκεια της στροφής το πολύ να φτάσει $10°$ στις δοκιμές που τρέχει το όχημα) η συνεισφορά των F_{xfl} και F_{xfr} είναι αμελητέα. Η πλευρική επιτάχυνση δηλαδή οφείλεται προφανώς κατά κύριο λόγο στις

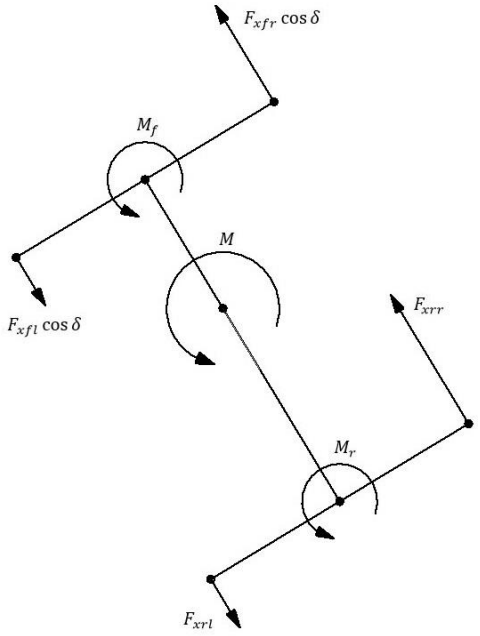
πλευρικές δυνάμεις που εμφανίζονται στην εξίσωση *3.4* και όχι στις πλευρικές συνιστώσες των F_{xfl} και F_{xfr}. Στην βιβλιογραφία η εξίσωση αυτή παραλείπεται απευθείας λόγω της παραπάνω αιτιολόγησης και δεν χρησιμοποιείται σε κάποιο σύστημα ελέγχου.

Η λύση του παραπάνω αλγεβρικού συστήματος γίνεται κάθε χρονική στιγμή για να δοθούν οι κατάλληλες κινητήριες ροπές στους τροχούς:

$$T_{fl} = F_{xfl} r_{eff} \qquad T_{fr} = F_{xfr} r_{eff}$$
$$T_{rl} = F_{xrl} r_{eff} \qquad T_{rr} = F_{xrr} r_{eff}$$

Αλγόριθμος «κορεσμού» κινητήριας ροπής

Στη γενική περίπτωση υπάρχει το ενδεχόμενο κάποια (ή κάποιες) από τις δυνάμεις να είναι αρνητικές, καθώς αυτό μπορεί να προκύπτει σαν μοναδική λύση του συστήματος μια χρονική στιγμή. Αρνητική δύναμη στον τροχό σημαίνει ότι ασκείται και αρνητική ροπή δηλαδή ροπή που επιβραδύνει τον τροχό. Αν το σφάλμα από την επιθυμητή κατάσταση είναι πολύ μεγάλο, τότε απαιτείται μεγάλη δράση ροπής διόρθωσης $M = M_f + M_r$ και για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο, μπορεί να χρειαστεί κάποιες δυνάμεις να πάρουν αρνητική τιμή όπως φαίνεται στην εικόνα:



Σχήμα 3-3: Δημιουργία ροπών διόρθωσης από αρνητικές δυνάμεις

Για παράδειγμα η συνολική δύναμη που κατανέμεται μπροστά, $F_{xfl} + F_{xfr}$ συνεχίζει να έχει την επιθυμητή ***θετική*** τιμή αλλά μπορεί $F_{xfl} < 0$ και επομένως $|F_{xfr}| \gg |F_{xfl}|$. Αυτό δεν μπορεί να επιτραπεί καθώς ο έλεγχος αφορά στην κινητήρια ροπή του οχήματος σαν δράση και όχι σε κάποιο σύστημα πέδησης. Επίσης έτσι οι δυνάμεις επιτάχυνσης είναι άφραγες (δεν υπόκεινται σε κάποιο περιορισμό) κάτι που δεν είναι αντιπροσωπευτικό της πραγματικότητας. Από την άλλη δεν γίνεται να εισαχθεί περιορισμός μη-αρνητικότητας πριν την επίλυση του συστήματος. Κάτι τέτοιο θα οδηγούσε σε αδύνατη λύση αφού η λύση του γραμμικού συστήματος είναι μοναδική.

Για αυτό τον λόγο σχηματίζεται οι εξής αλγόριθμοι:

Αν $F_{xfl} < 0$ τότε:

- $F_{xfr} = F_{xfl} + F_{xfr}$
- $F_{xfl} = 0$

Αλλιώς αν $F_{xfr} < 0$ τότε:

- $F_{xfl} = F_{xfl} + F_{xfr}$
- $F_{xfr} = 0$

Για τους εμπρόσθιους τροχούς.

Αν $F_{xrl} < 0$ τότε:

- $F_{xrr} = F_{xrl} + F_{xrr}$
- $F_{xrl} = 0$

Αλλιώς αν $F_{xfr} < 0$ τότε:

- $F_{xrl} = F_{xrl} + F_{xrr}$
- $F_{xrr} = 0$

Για τους οπίσθιους τροχούς.

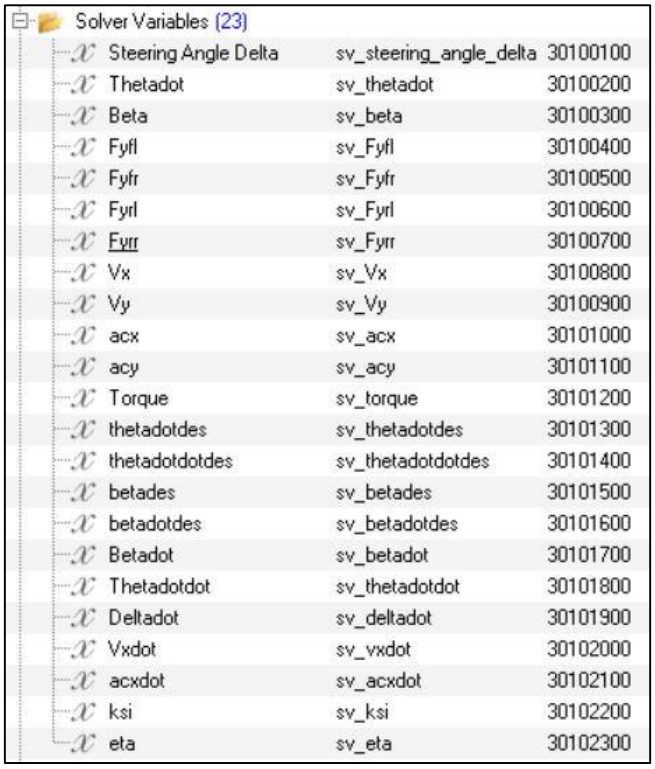
Δηλαδή αν παρατηρηθεί αρνητική τιμή στη δύναμη ενός τροχού, μηδενίζεται η ροπή που αντιστοιχεί στον τροχό αυτό και το 100% της ροπής του ζεύγους τροχών πηγαίνει στον άλλο τροχό. Η διορθωτική ροπή που προκύπτει έτσι θα είναι μικρότερη από την απαιτούμενη. Στον φυσικό κόσμο όμως είναι επόμενο ότι θα υπάρχουν περιορισμοί στην δράση ελέγχου.

3.2.Ενσωμάτωση ελέγχου στο πρόγραμμα

Οι παραπάνω υπολογισμοί είναι μακροσκελείς και δύσκολα θα μπορούσαν να γίνονται απευθείας στο περιβάλλον του προγράμματος. Για τον λόγο αυτό το πρόγραμμα δίνει την δυνατότητα επικοινωνίας με εξωτερικές υπορουτίνες *(“user defined subroutines”)* στις οποίες γίνονται οι υπολογισμοί και τα αποτελέσματα επιστρέφονται στο πρόγραμμα για την συνολική επίλυση του μοντέλου. Μεταξύ των διαφορετικών επιλογών, στην παρούσα διπλωματική οι υπορουτίνες υπολογισμού συντάσσονται στην γλώσσα προγραμματισμού Python.

Αρχικά ορίζονται καινούριες «οντότητες» (“entities”) στο πρόγραμμα. Αυτές είναι τύπου *“solver variable”* και *“force entity”*.

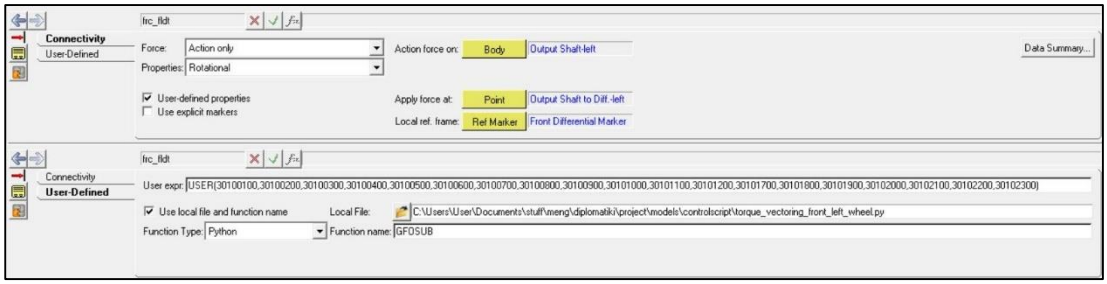
“Solver Variables” είναι όλες οι μεταβλητές οι τιμές των οποίων χρειάζεται να εκμαιεύονται από το μοντέλο κάθε χρονική στιγμή. Για παράδειγμα κάποια ταχύτητα ή γωνία. Σε κάθε *“Solver Variable”* αντιστοιχεί μοναδικός αριθμός *ID*.



Solver Variables (23)		
Steering Angle Delta	sv_steering_angle_delta	30100100
Thetadot	sv_thetadot	30100200
Beta	sv_beta	30100300
Fyfl	sv_Fyfl	30100400
Fyfr	sv_Fyfr	30100500
Fyrl	sv_Fyrl	30100600
Fyrr	sv_Fyrr	30100700
Vx	sv_Vx	30100800
Vy	sv_Vy	30100900
acx	sv_acx	30101000
acy	sv_acy	30101100
Torque	sv_torque	30101200
thetadotdes	sv_thetadotdes	30101300
thetadotdotdes	sv_thetadotdotdes	30101400
betades	sv_betades	30101500
betadotdes	sv_betadotdes	30101600
Betadot	sv_betadot	30101700
Thetadotdot	sv_thetadotdot	30101800
Deltadot	sv_deltadot	30101900
Vxdot	sv_vxdot	30102000
acxdot	sv_acxdot	30102100
ksi	sv_ksi	30102200
eta	sv_eta	30102300

Εικόνα 3-4: Ορισμός των στοιχείων "Solver Variables" στο Motion View

Στη συνέχεια ορίζονται τα *“force entities”*. Ορίζεται ένα *“force entity”* για κάθε μία από τις κινητήριες ροπές. Ο ορισμός κάθε ροπής γίνεται μέσω των πάνελ που απεικονίζονται στη συνέχεια:



Εικόνα 3-5: Ορισμός των κινητήριων ροπών στο Motion View

Επιλέγεται ο τύπος *“Rotational”* δηλαδή η δύναμη αυτή θα είναι ένα διάνυσμα με στοιχεία τρείς ροπές (T_x, T_y, T_z). Επίσης ορίζεται το σώμα στο οποίο θα ασκείται η ροπή, το σημείο εφαρμογής της και τέλος το σύστημα συντεταγμένων βάσει του οποίου ορίζεται. Στη συνέχεια, επιλέγεται η δυνατότητα να δίνεται η τιμή της ροπής από τον χρήστη μέσω εξωτερικής υπορουτίνας. Στην θέση “User expr.” δίνονται όλα τα *ID* των μεταβλητών που χρειάζεται οι υπορουτίνα για να εκτελέσει τους υπολογισμούς ως ορίσματα της συνάρτησης *“USER( )”*. Έτσι το πρόγραμμα καλεί σε κάθε χρονικό βήμα επίλυσης το αρχείο .py στο οποίο γίνεται η επίλυση του αλγεβρικού συστήματος εξισώσεων και η επιστροφή των τιμών των κινητήριων ροπών.

Η σύνταξη στην Python, για την επικοινωνία με το πρόγραμμα (στην παρούσα εργασία) γίνεται με δύο συναρτήσεις:

- Την συνάρτηση “GFOSUB” με την επιστροφή του αποτελέσματος “return”
- Την συνάρτηση “SYSFNC” η οποία καλεί τις τιμές των απαραίτητων μεταβλητών από το πρόγραμμα.

Η απλή μορφή του κώδικα στην εργασία αυτή φαίνεται στην εικόνα.

```
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Created on Tue Apr 24 12:51:21 2018

@author: User
"""
def GFOSUB(id, time, par, npar, dflag, iflag):

        [state,err]=py_sysfnc("VARVAL",par[0])

        """
        CALCULATIONS
        Result=[res1,res2,res3]
        """

        return [res1,res2,res3]
```

Εικόνα 3-6: Βασικές εντολές για την επικοινωνία Python-Motion View

Η συνάρτηση “*GFOSUB*” χρησιμοποιείται με τα ορίσματά της για τον υπολογισμό κάποιας δύναμης “*force entity*”.

- [integer] id: ο αριθμός προσδιορισμού της δύναμης
- [double precision] time: ο τρέχων χρόνος προσομοίωσης
- [double precision] par: το διάνυσμα που περιέχει τα *ID* των μεταβλητών που έχουν εισαχθεί στην έκφραση *“User expr.”* της δύναμης δηλαδή μέσα στη συνάρτηση *“USER( )”*.
- [integer] npar: το πλήθος των μεταβλητών του διανύσματος par
- [double precision] (res1,res2,res3): το διάνυσμα που δίνει τις συνιστώσες της υπολογισθείσας δύναμης (με τρία στοιχεία αν είναι translational ή rotational, με 6 στοιχεία αν είναι transrotational)

Μέσα στην παραπάνω συνάρτηση γίνονται όλοι οι απαραίτητοι υπολογισμοί τις δύναμης. Επιπλέον όμως χρειάζεται μια συνάρτηση η οποία θα μπορεί να «διαβάζει» τις τιμές κάποιων μεταβλητών σε κάθε χρονικό βήμα επίλυσης.

Η συνάρτηση αυτή είναι η “SYSFNC” η οποία συντάσσεται στην Python:

$$[state, err] = py_sysfnc(fncnam, ipar)$$

- Στην θέση “state” δίνεται το όνομα της μεταβλητής
- Στην θέση “fncnam” το όνομα της συνάρτησης που μας δίνει τη συγκεκριμένη μεταβλητή. Έγκυρες συναρτήσεις δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί. Στην εργασία αυτή χρησιμοποιείται η συνάρτηση “VARVAL” η οποία δίνει την τιμή μιας μεταβλητής “solver variable” που έχει οριστεί στο πρόγραμμα
- Στην θέση “ipar” δίνεται η θέση του στοιχείου του διανύσματος “par” στο οποίο αντιστοιχεί το *ID* της μεταβλητής που χρειάζεται

Functions Types	Function Names	NSIZE
Displacement	DM, AX, AY,AZ, YAW, PITCH, ROLL, PSI, PHI, THETA	1-2
	DX, DY, DZ	1-3
	INCANG	3
	Q	2
Velocity	VM, VR	1-3
	WM	1-2
	VX,VY,VZ	1-4
	WX,WY,WZ	1-3
	QDOT	2
Acceleration	ACCM, WDTM	1-3
	ACCX, ACCY, ACCZ, WDTX, WDTY, WDTZ	1-4
	QDDOT	2
Marker Force	FM, TM	2
	FX, FY, FZ, TX, TY, TZ	2-3
Elemental Force	BEAM, BUSH, FIELD, SPDP, COUPLER, MATE, SFORCE, VFORCE, VTORQ, GFORCE, YFORCE, JOINT, JPRIM, MOTION, CVCV, PTCV, CVSF, PTSF, SFSF, CONTACT	4
	FRICTION	2
System Element	DIF, DIF1, VARVAL, SENVAL	1
	PINVAL, POUVAL, ARYVAL	2
Kinetic Energy	KE	1
Proximity	PROXIMITY	2

Εικόνα 3-7: Εγγενείς συναρτήσεις του προγράμματος για τον υπολογισμό μεγεθών

Μετά την παραπάνω διαδικασία είναι εφικτή η συνέχιση της προσομοίωσης. Εδώ σημειώνεται ότι η διαδικασία που περιεγράφηκε αφορά στη συγκεκριμένη εργασία. Η επικοινωνία του προγράμματος με την Python επεκτείνεται και για υπολογισμό άλλων στοιχείων και διαδικασιών. Στην ενότητα που ακολουθεί γίνεται παρουσίαση των αποτελεσμάτων του μοντέλου «ενεργητικής μετάδοσης ισχύος» που αναπτύχθηκε.

4. Αποτελέσματα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων των παραπάνω μοντέλων στις δοκιμασίες που περιεγράφηκαν. Στα διάγραμμα θα παρουσιάζονται τέσσερις καμπύλες κάθε μια από της οποίες θα αντιστοιχεί σε ένα μοντέλο οχήματος: ***FWD***, ***RWD***, ***AWD*** για τα μοντέλα παθητικής μετάδοσης ισχύος και ***ACTIVE*** για το μοντέλο με ενεργητική μετάδοση ισχύος. Οι καμπύλες αυτές έχουν τα αντίστοιχα χρώματα.

Τα διαγράμματα που ακολουθούν επιλέχθηκαν με επιρροή από υπάρχουσα έρευνα πάνω στην τυποποίηση αποτελεσμάτων για αξιολόγηση της δυναμικής συμπεριφοράς οχημάτων και φυσικά έγινε η κατάλληλη προσαρμογή για τους σκοπούς της εργασίας αυτής. Αυτό ήταν αναγκαίο λόγω του μεγάλου πλήθους αποτελεσμάτων. Έγινε προσεκτική επιλογή των απολύτως απαραίτητων και σχετικών με όσα αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 1 για το απλό μοντέλο οχήματος. Επιπλέον, έχει κατασκευαστεί στο

πρόγραμμα ένα κατάλληλο πρότυπο (template) με σκοπό μετά από την εκάστοτε προσομοίωση να εξάγονται τα αποτελέσματα αυτοματοποιημένα.

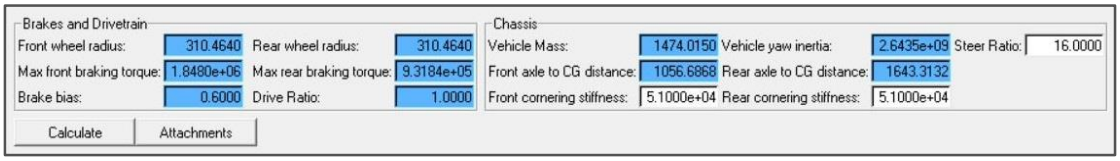
Σε κάθε δοκιμασία αντιστοιχούν εννέα διαγράμματα δηλαδή τρεις σελίδες. Συνολικά είναι τρεις δοκιμασίες σε στεγνό και βρεγμένο οδόστρωμα η κάθε μια (έξι συνολικά). Ακολουθεί ένας πίνακας περιεχομένων των αποτελεσμάτων για την διευκόλυνση του αναγνώστη.

4.1 Constant Radius Turn	
▪ *Δοκιμή σε στεγνό οδόστρωμα* ($\boldsymbol{m_u = 1}$)	*Σελ. 52*
▪ *Δοκιμή σε βρεγμένο οδόστρωμα* ($\boldsymbol{m_u = 0.4}$)	*Σελ. 55*
4.2 Double Lane Change	
▪ *Δοκιμή σε στεγνό οδόστρωμα* ($\boldsymbol{m_u = 1}$)	*Σελ. 58*
▪ *Δοκιμή σε βρεγμένο οδόστρωμα* ($\boldsymbol{m_u = 0.4}$)	*Σελ. 61*
4.3 J-Turn	
▪ *Δοκιμή σε στεγνό οδόστρωμα* ($\boldsymbol{m_u = 1}$)	*Σελ. 64*
▪ *Δοκιμή σε βρεγμένο οδόστρωμα* ($\boldsymbol{m_u = 0.4}$)	*Σελ. 67*

Τα διαγράμματα είναι σχετικά με όσα έχουν αναλυθεί στην θεωρία της παρούσας εργασίας και συνοπτικά αυτά είναι:

1. Διάγραμμα των ελέγχων του οδηγού ($\delta,\ thottle$)
2. Διάγραμμα ταχυτήτων ($v_x, v_y, \dot{\theta}$)
3. Διάγραμμα επιταχύνσεων ($\alpha_x, \alpha_y, \ddot{\theta}$)
4. Διάγραμμα διαμηκών δυνάμεων ($F_{xfl}, F_{xfr}, F_{xrl}, F_{xrr}$)
5. Διάγραμμα πλευρικών δυνάμεων ($F_{yfl}, F_{yfr}, F_{yrl}, F_{yrr}$)
6. Διάγραμμα κινητήριων ροπών ($T_{fl}, T_{fr}, T_{rl}, T_{rr}$)
7. Διάγραμμα τροχιάς και στιγμιότυπο από την προσομοίωση (σε τελικό χρόνο)
8. Διάγραμμα σφάλματος συναρτήσει του χρόνου και διάγραμμα φάσης ($s, \dot{s} - s$)
9. Διάγραμμα γωνίας τιμονιού συναρτήσει της πλευρικής επιτάχυνσης ($\delta - a_y$) (Μόνο για την δοκιμασία Constant Radius Turn)

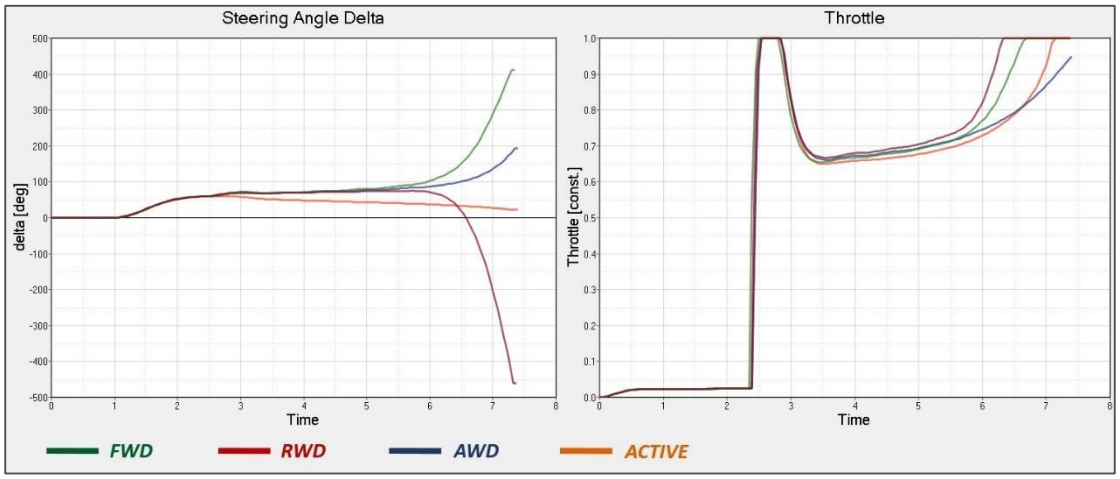
Τέλος στην εικόνα 4-1 φαίνονται οι βασικές παράμετροι του κάθε οχήματος.

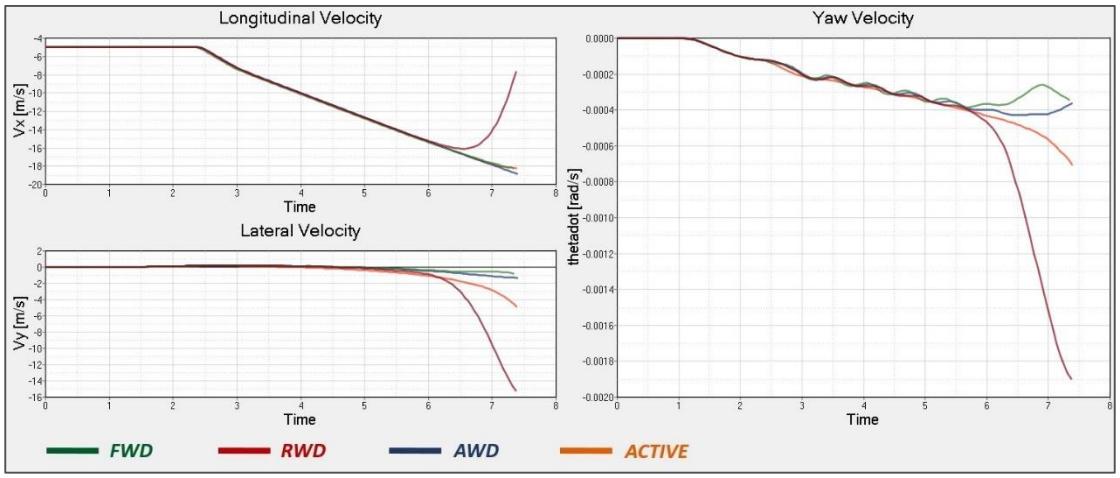


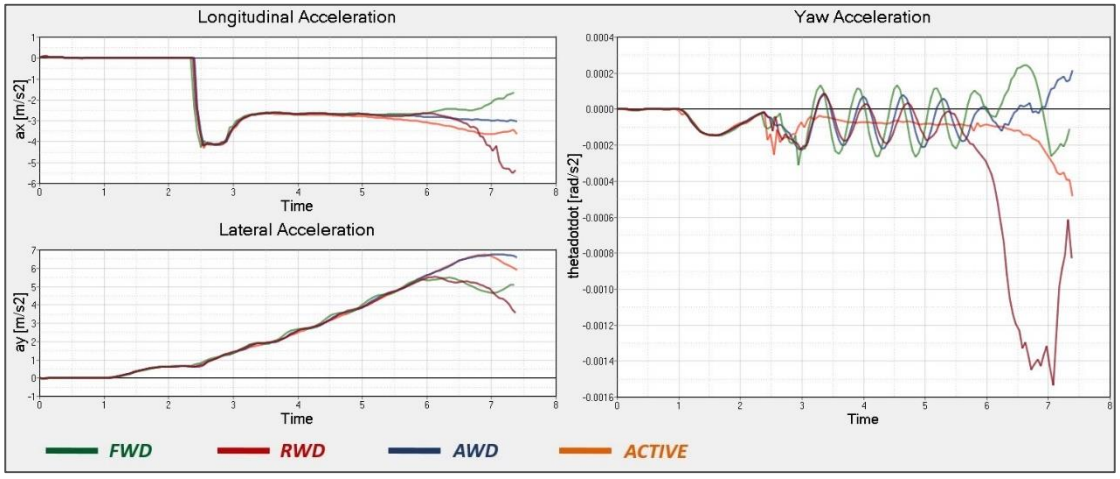
Εικόνα 4-1: Βασικότερες παράμετροι για το όχημα. Αυτές τις παραμέτρους "διαβάζει" το μοντέλο του οδηγού.

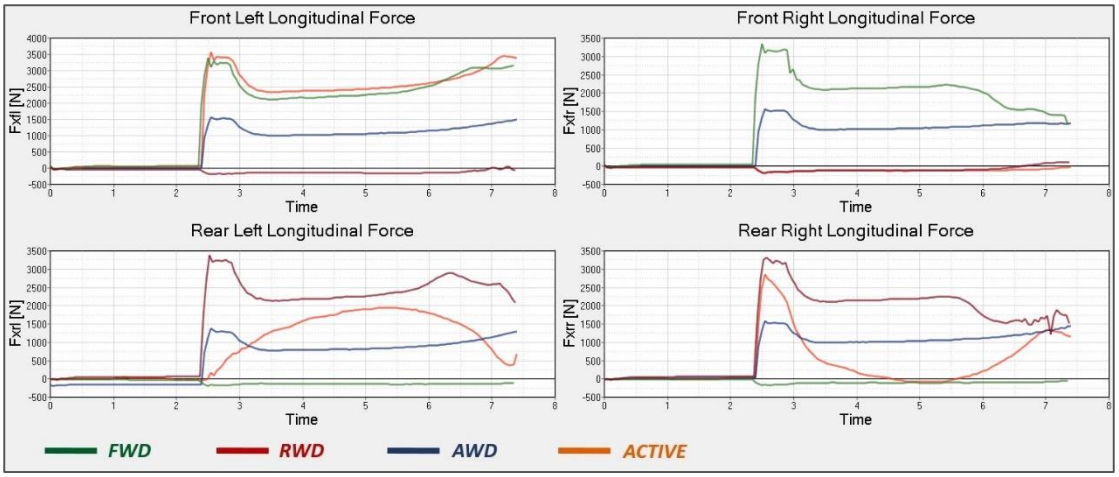
4.1.Constant Radius Turn

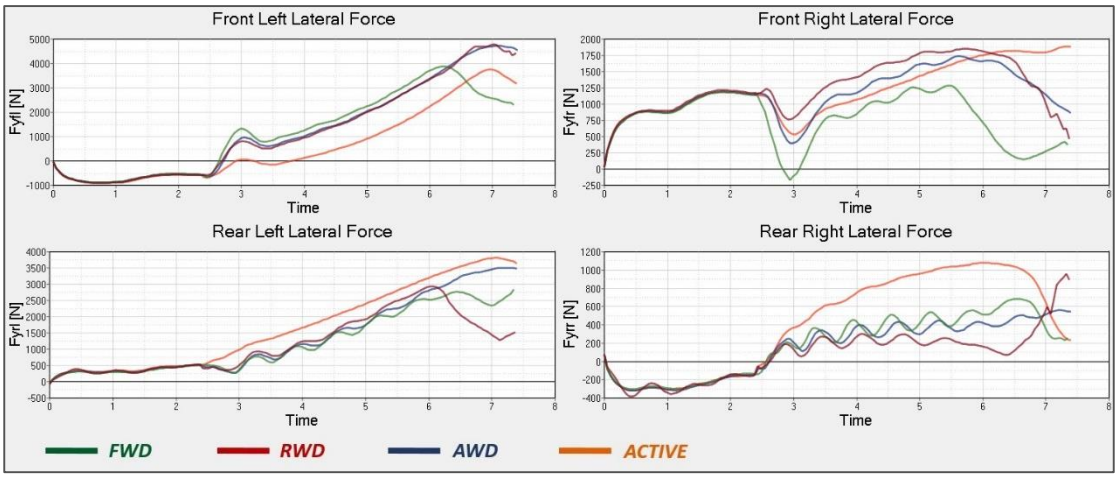
Δοκιμή σε στεγνό οδόστρωμα ($m_u = 1$)

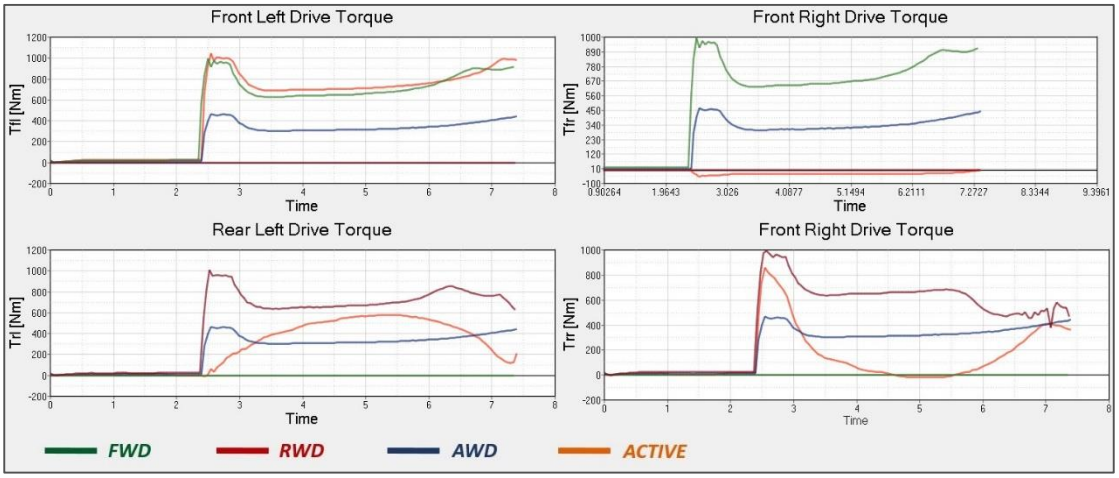


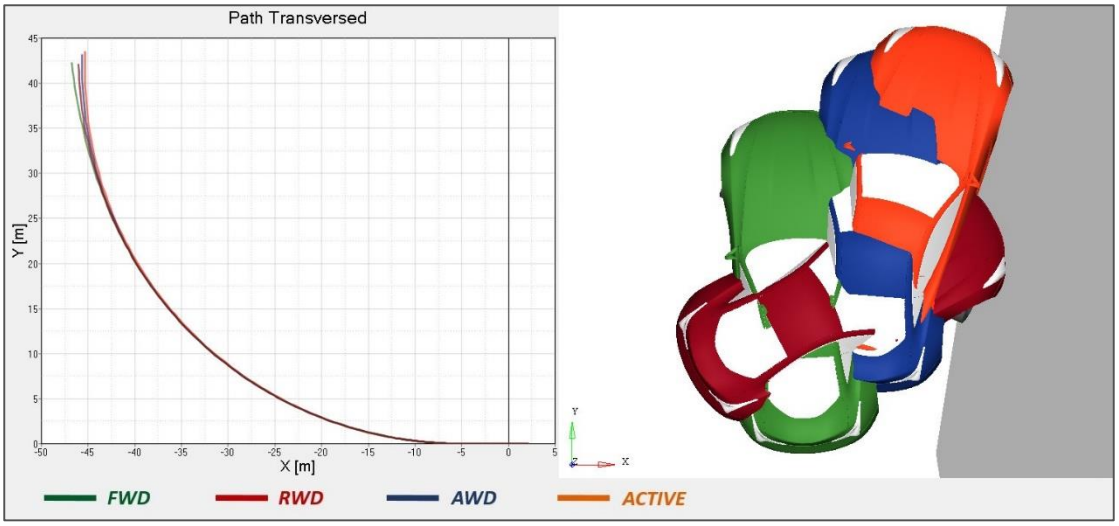


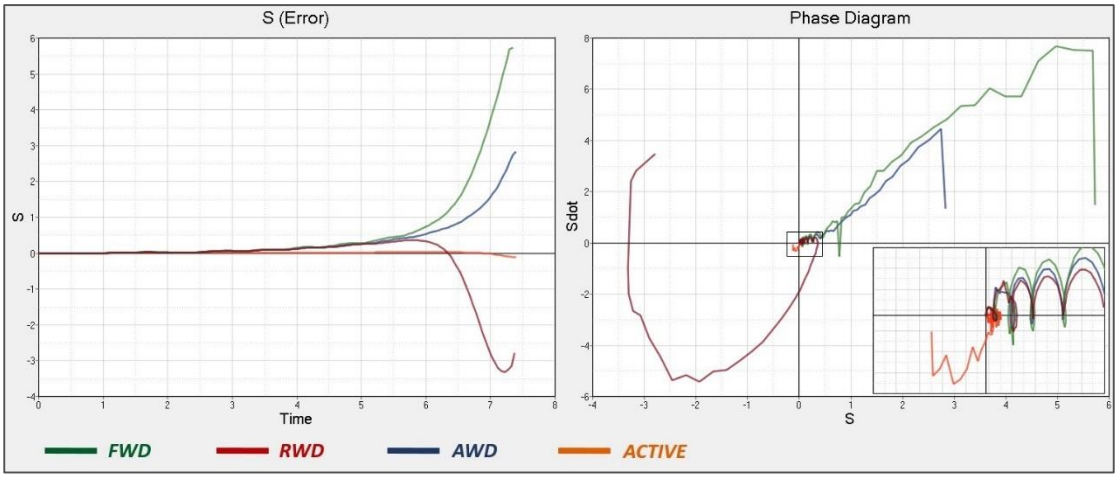


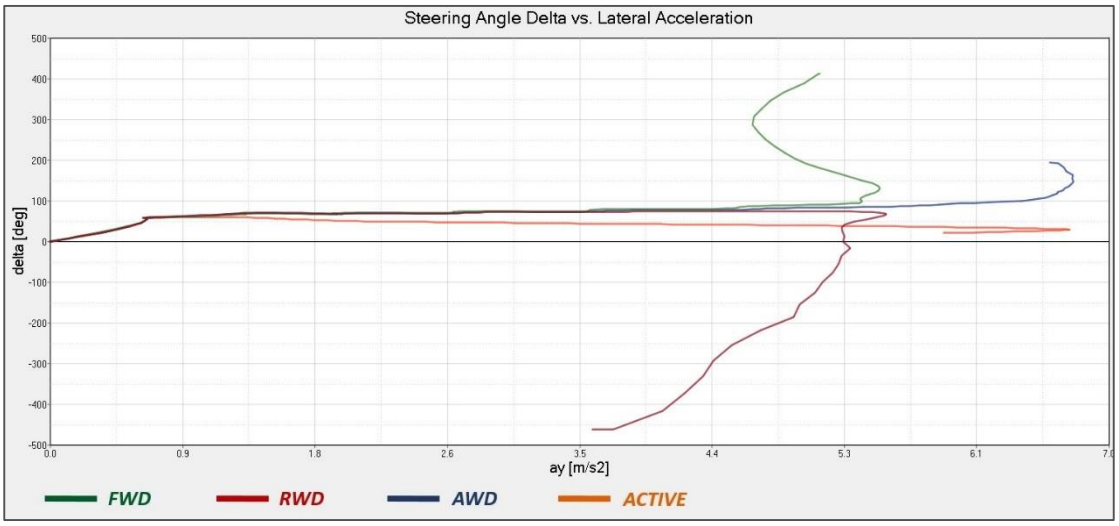

Front Left Longitudinal Force
Fxfl [N]
Time
Front Right Longitudinal Force
Fxfr [N]
Time
Rear Left Longitudinal Force
Fxrl [N]
Time
Rear Right Longitudinal Force
Fxrr [N]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE


Front Left Lateral Force
Fyfl [N]
Time
Front Right Lateral Force
Fyfr [N]
Time
Rear Left Lateral Force
Fyrl [N]
Time
Rear Right Lateral Force
Fyrr [N]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

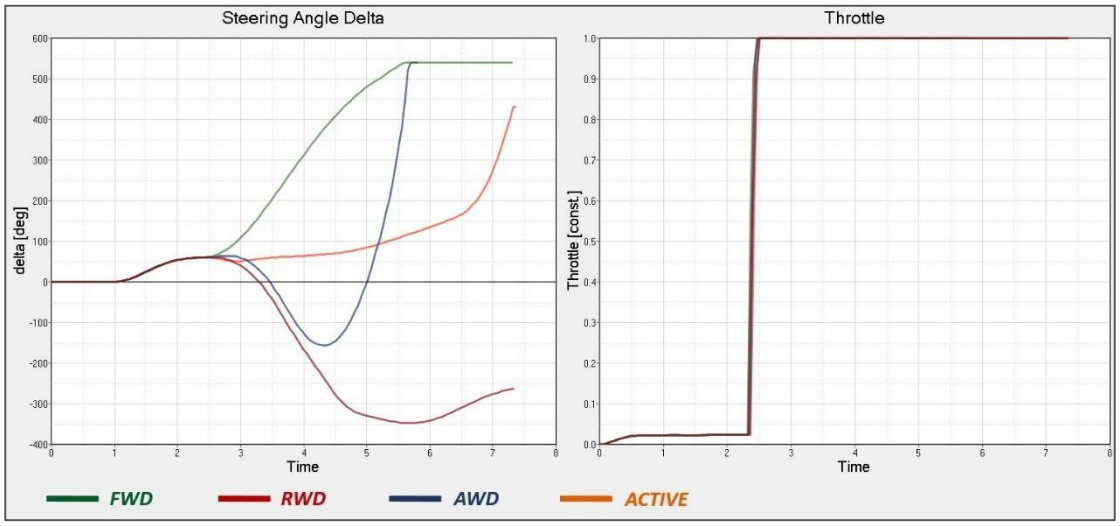

Front Left Drive Torque
Tfl [Nm]
Time
Front Right Drive Torque
Tfr [Nm]
Time
Rear Left Drive Torque
Trl [Nm]
Time
Front Right Drive Torque
Trr [Nm]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

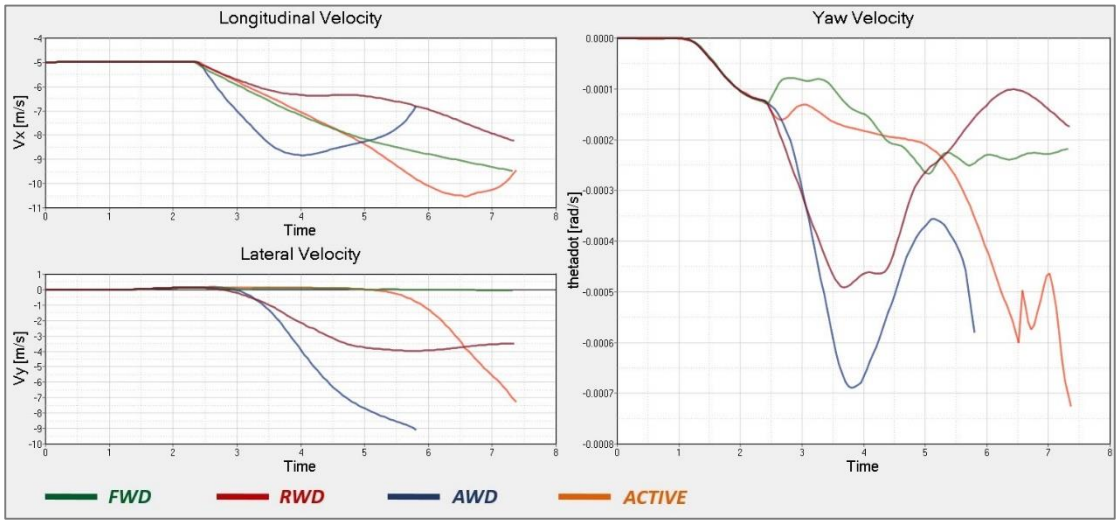

Path Transversed
Y [m]
X [m]
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

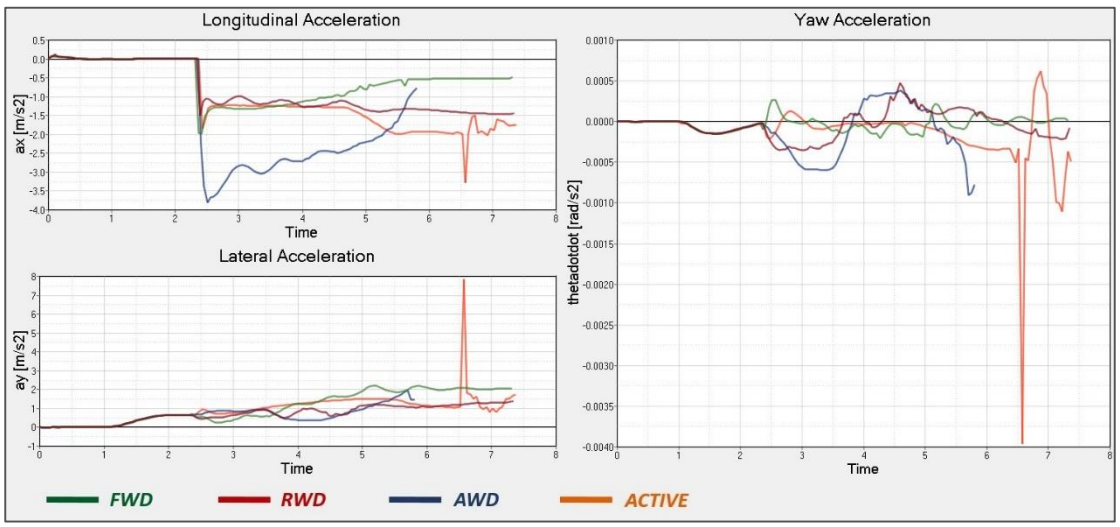

S (Error)
S
Time
Phase Diagram
Sdot
S
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

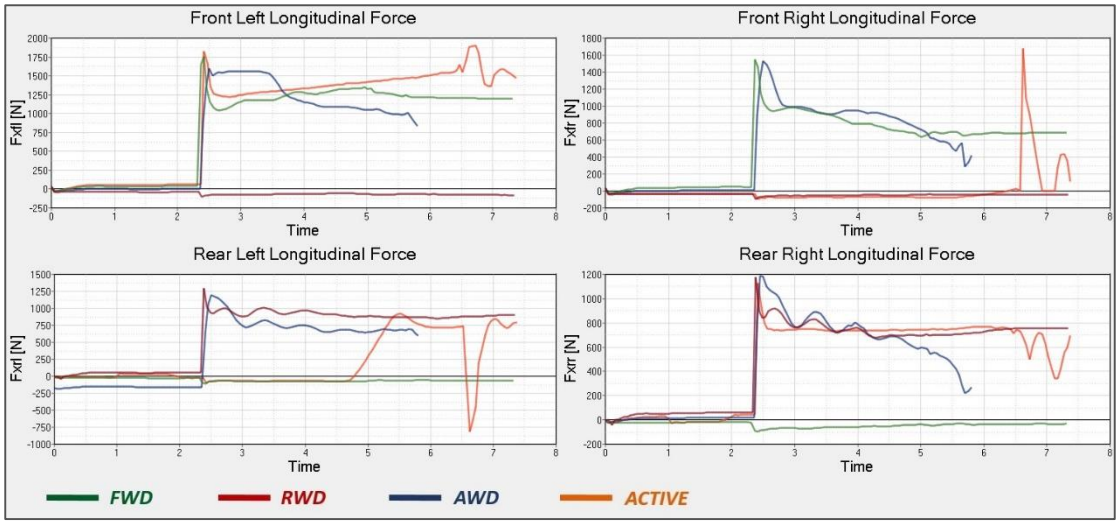

Steering Angle Delta vs. Lateral Acceleration
delta [deg]
ay [m/s2]
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

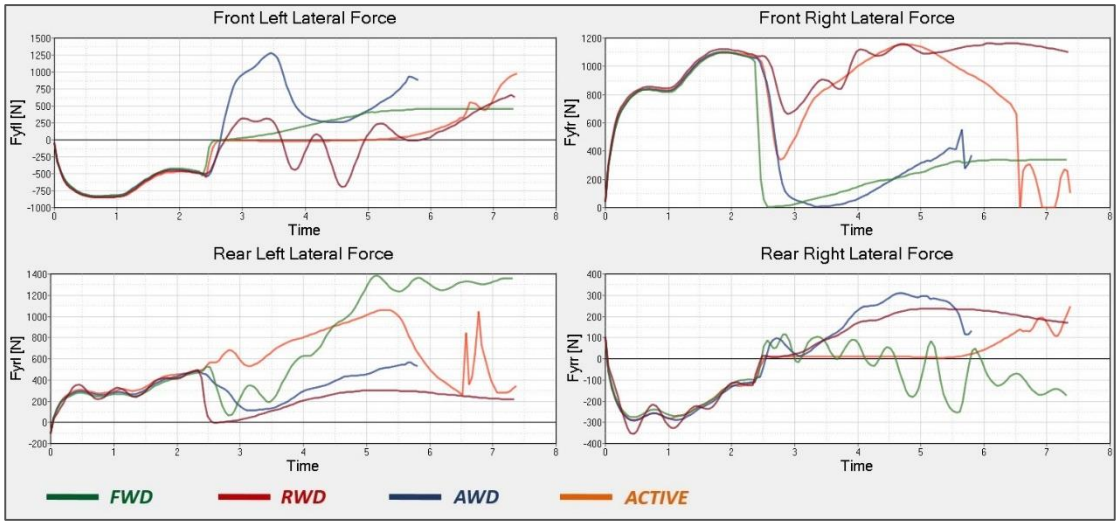
Δοκιμή σε βρεγμένο οδόστρωμα ($\boldsymbol{m_u = 0.4}$)

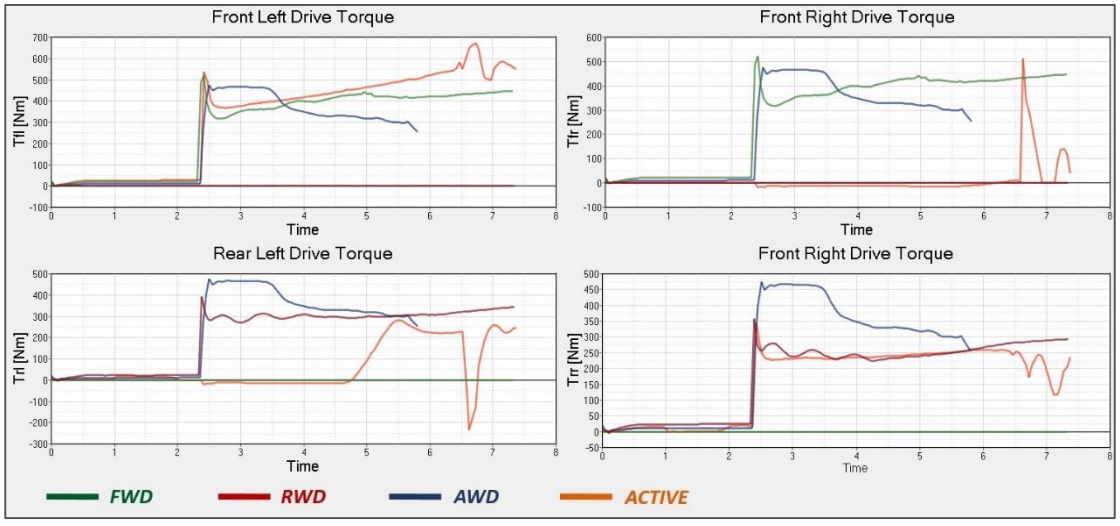


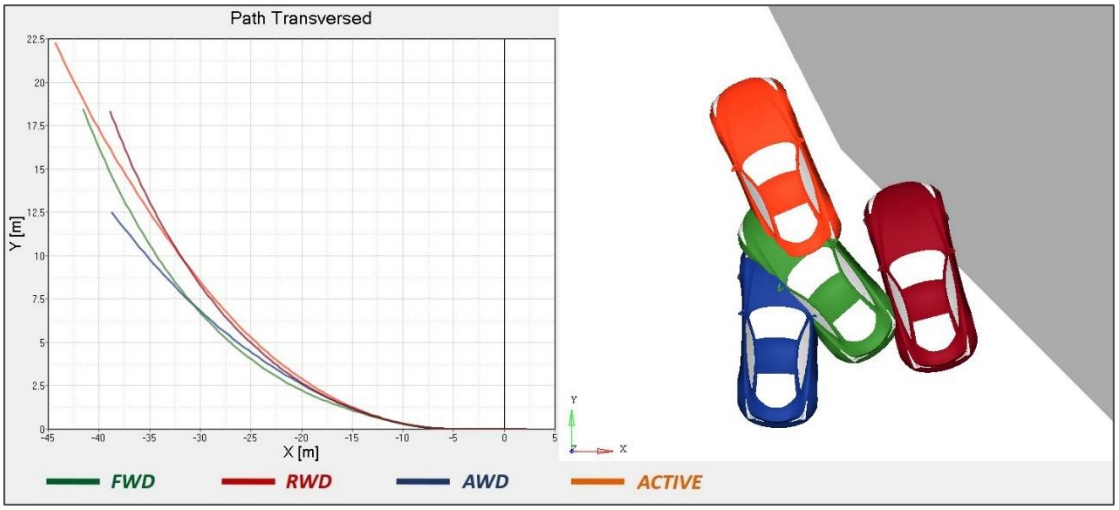


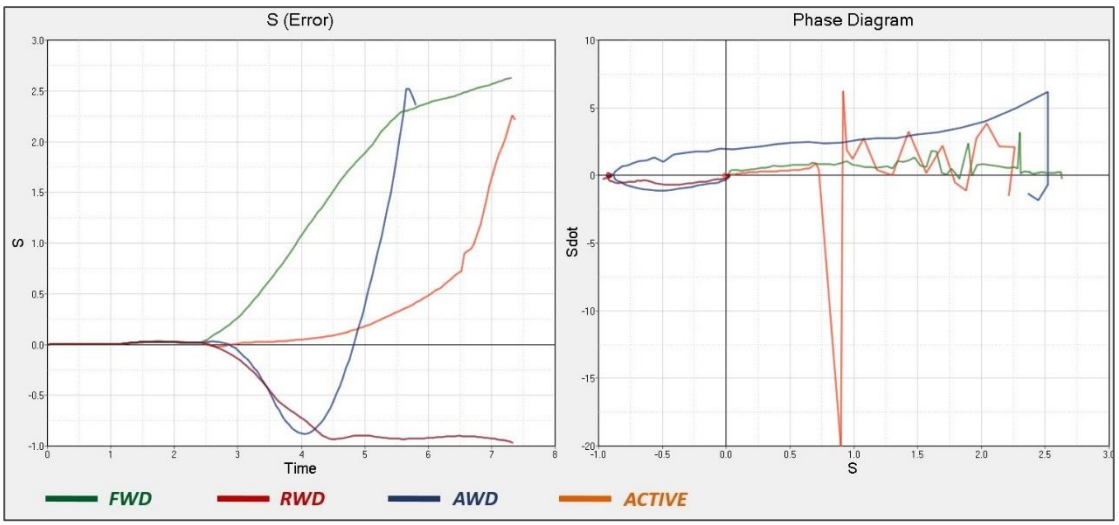


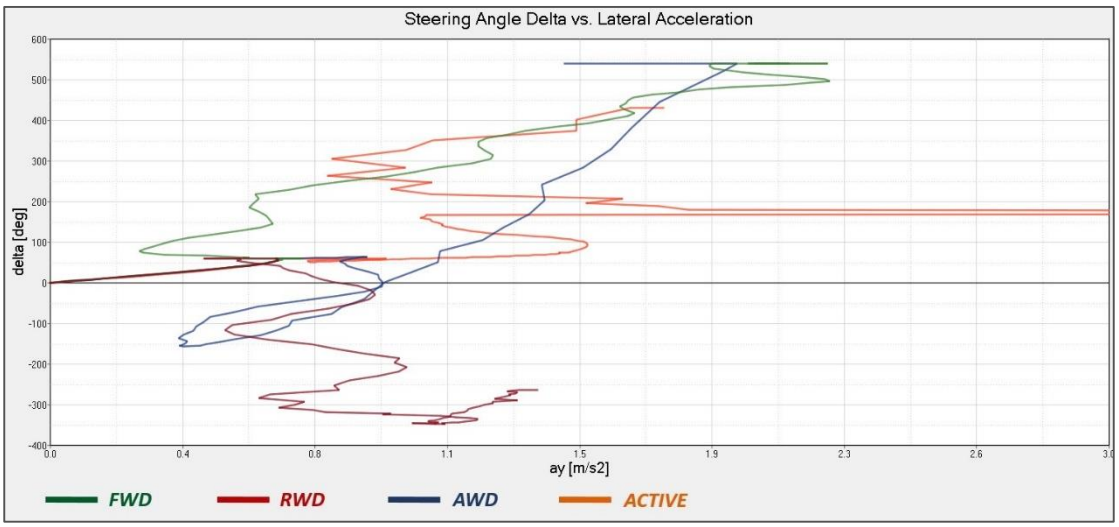

Front Left Longitudinal Force
Fxfl [N]
Time
Front Right Longitudinal Force
Fxfr [N]
Time
Rear Left Longitudinal Force
Fxrl [N]
Time
Rear Right Longitudinal Force
Fxrr [N]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE


Front Left Lateral Force
Fyfl [N]
Time
Front Right Lateral Force
Fyfr [N]
Time
Rear Left Lateral Force
Fyrl [N]
Time
Rear Right Lateral Force
Fyrr [N]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE


Front Left Drive Torque
Tfl [Nm]
Time
Front Right Drive Torque
Tfr [Nm]
Time
Rear Left Drive Torque
Trl [Nm]
Time
Front Right Drive Torque
Trr [Nm]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

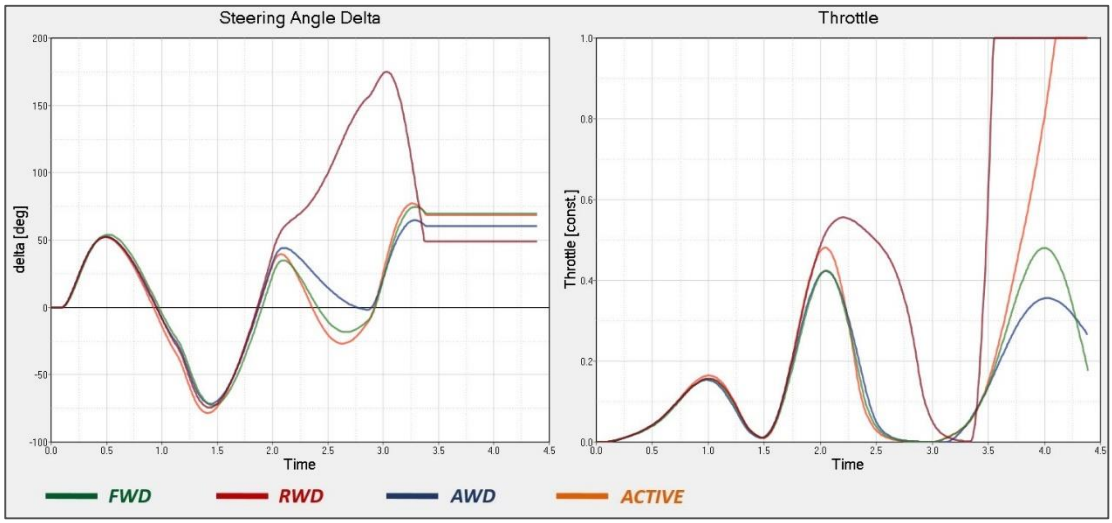

Path Transversed
Y [m]
X [m]
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

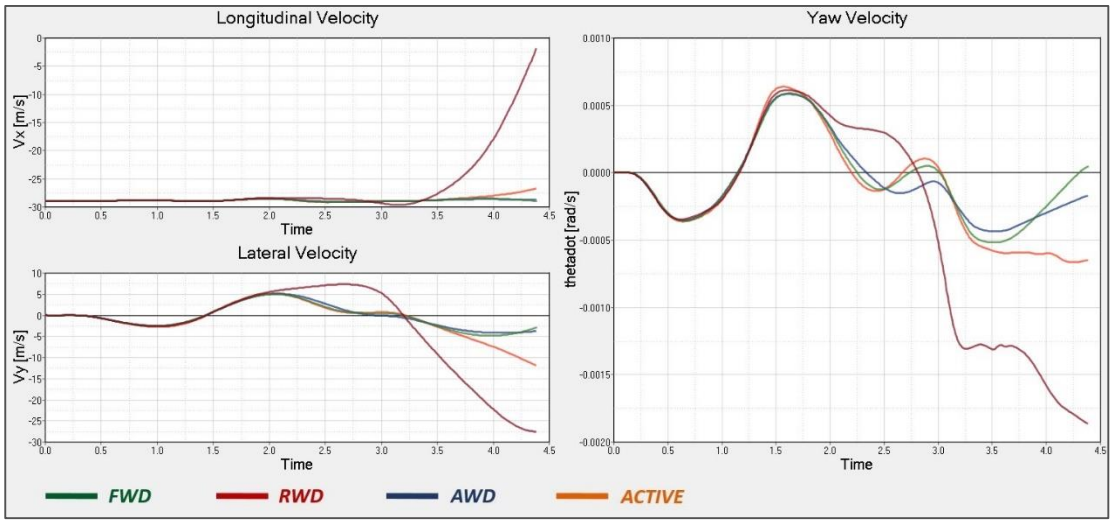

S (Error)
S
Time
Phase Diagram
Sdot
S
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

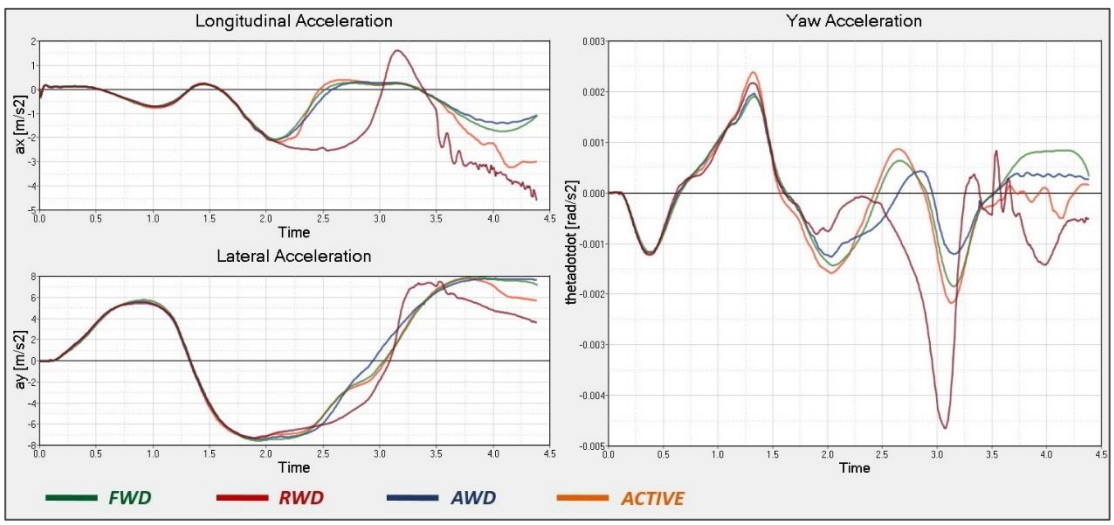

Steering Angle Delta vs. Lateral Acceleration
delta [deg]
ay [m/s2]
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

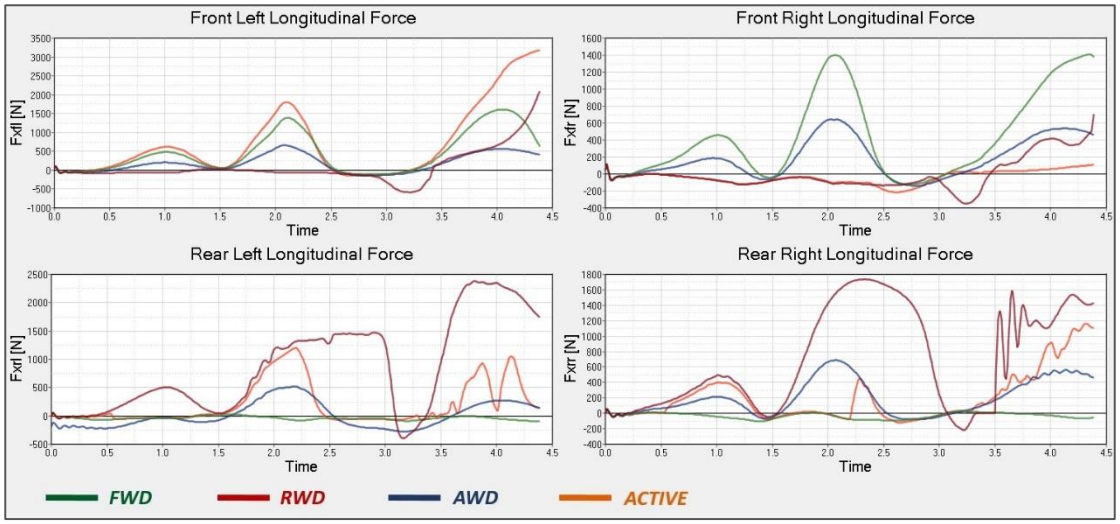
4.2.Double Lane Change

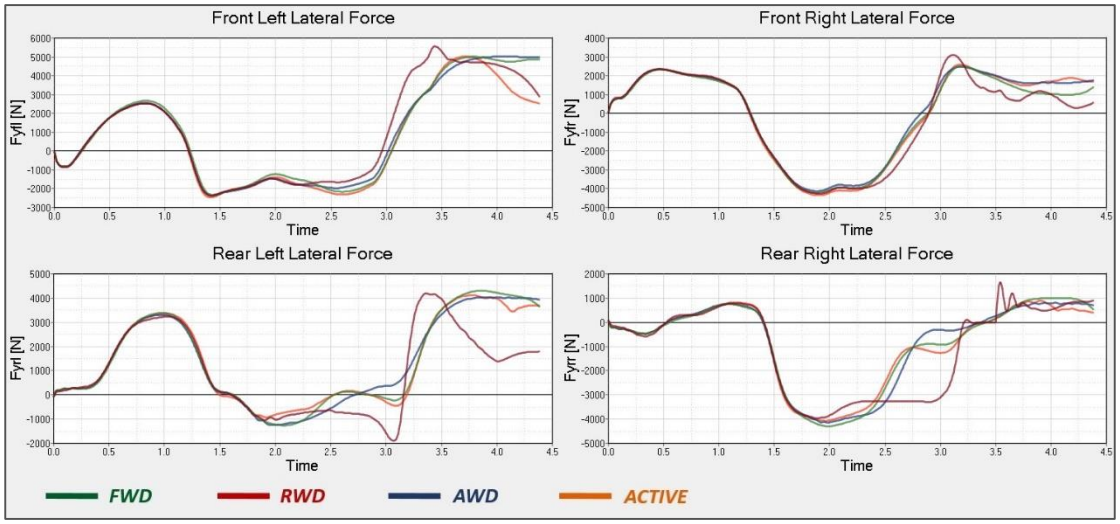
Δοκιμή σε στεγνό οδόστρωμα ($m_u = 1$)

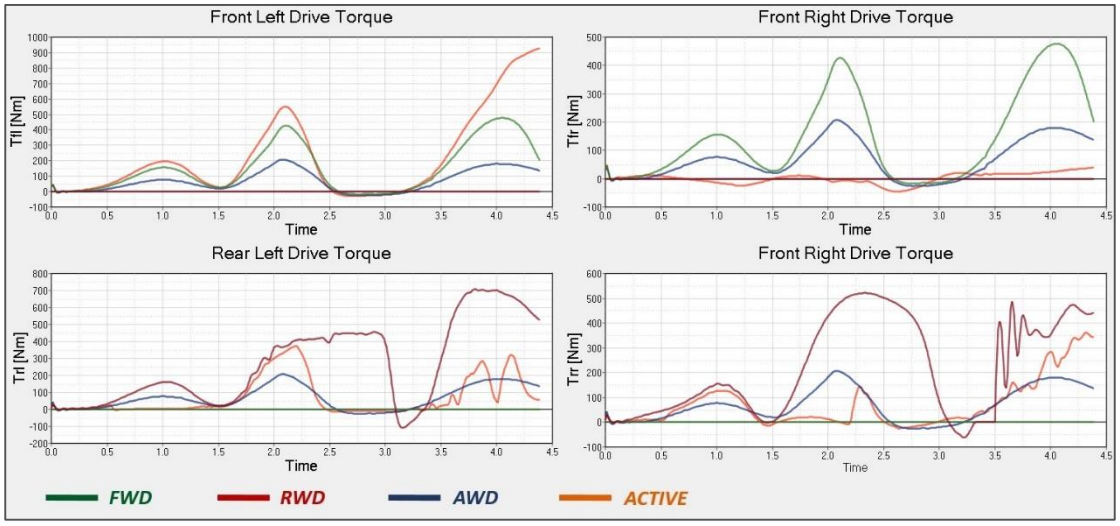


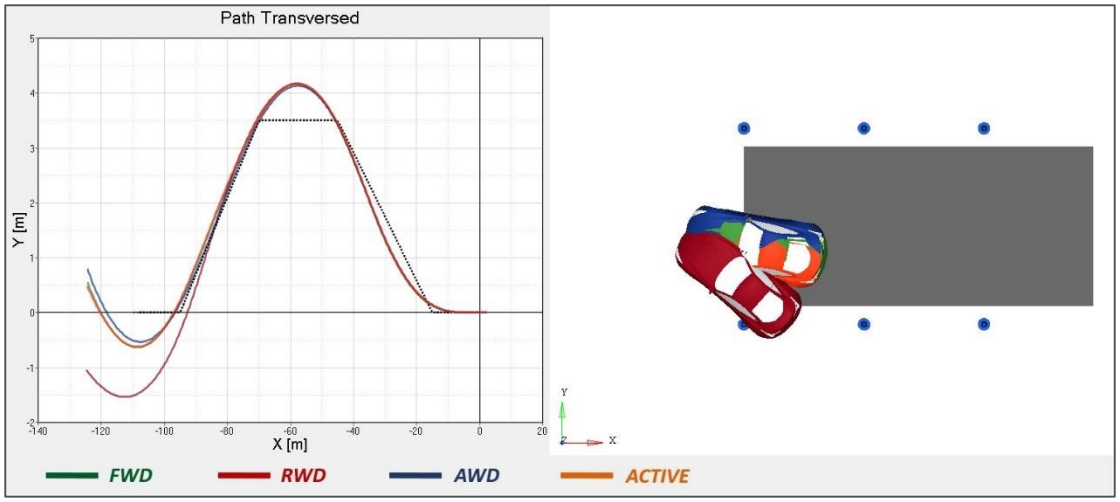


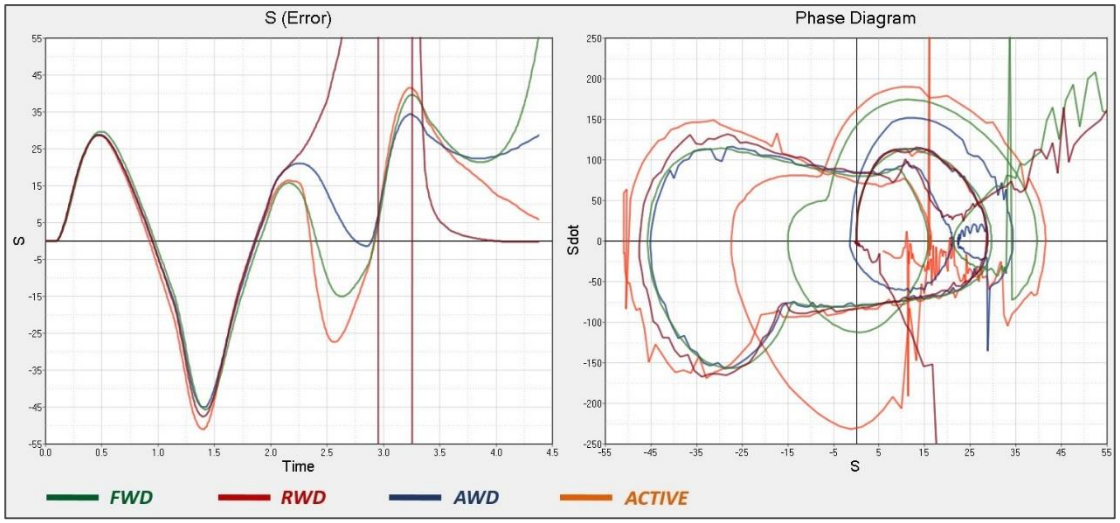



Front Left Longitudinal Force
Fxfl [N]
Time
Front Right Longitudinal Force
Fxfr [N]
Time
Rear Left Longitudinal Force
Fxrl [N]
Time
Rear Right Longitudinal Force
Fxrr [N]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

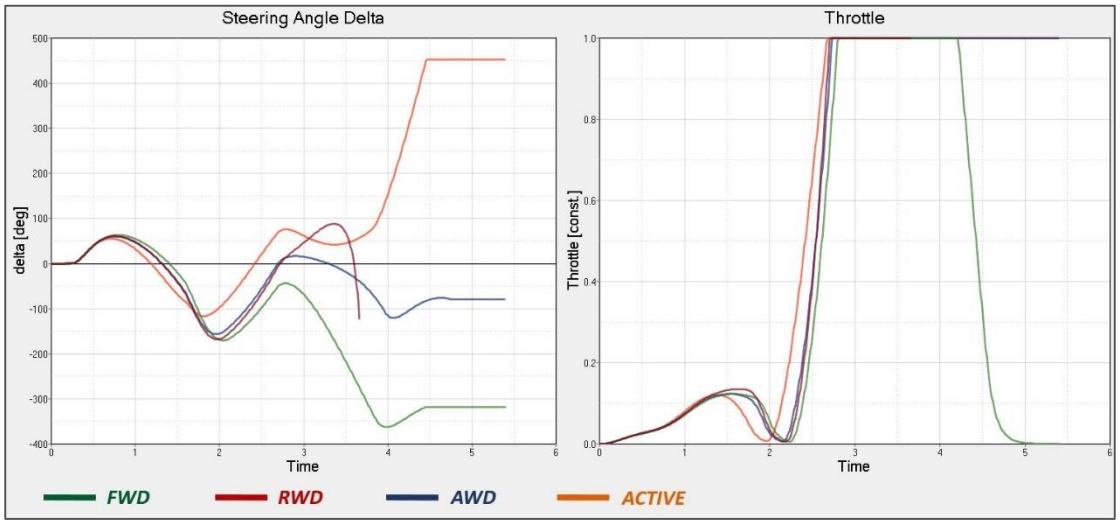

Front Left Lateral Force
Fyfl [N]
Time
Front Right Lateral Force
Fyfr [N]
Time
Rear Left Lateral Force
Fyrl [N]
Time
Rear Right Lateral Force
Fyrr [N]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

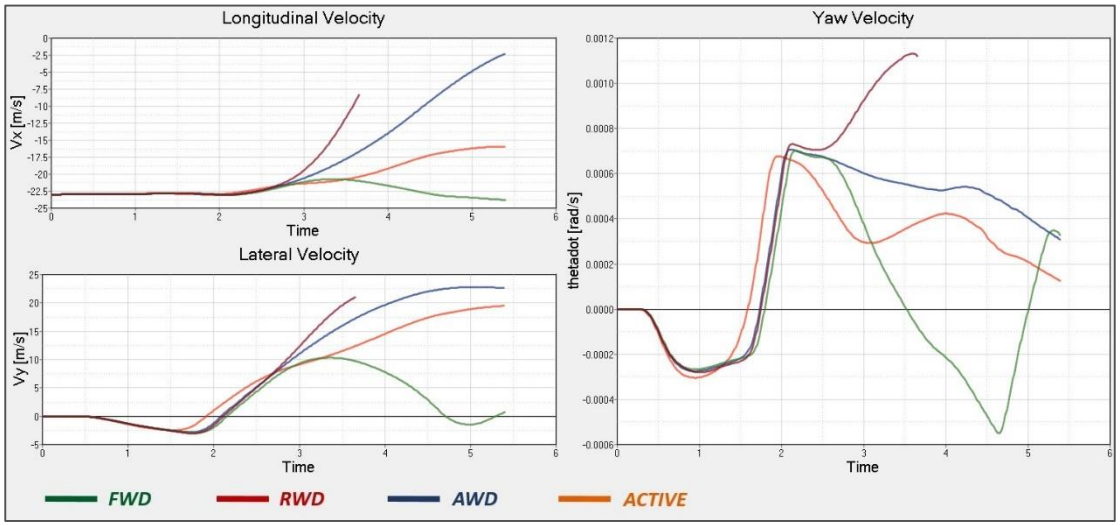

Front Left Drive Torque
Tfl [Nm]
Time
Front Right Drive Torque
Tfr [Nm]
Time
Rear Left Drive Torque
Trl [Nm]
Time
Front Right Drive Torque
Trr [Nm]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

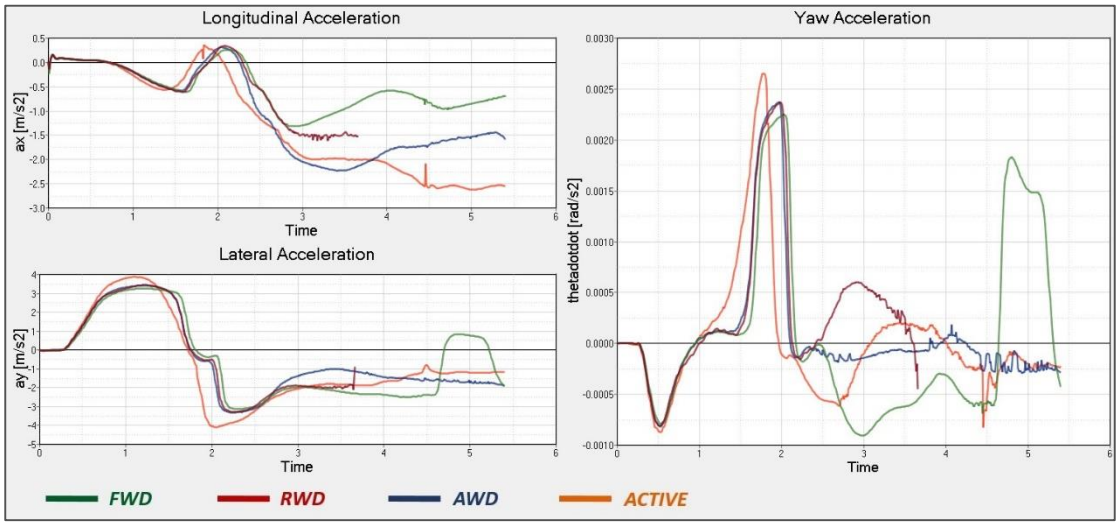

Path Transversed
Y [m]
X [m]
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

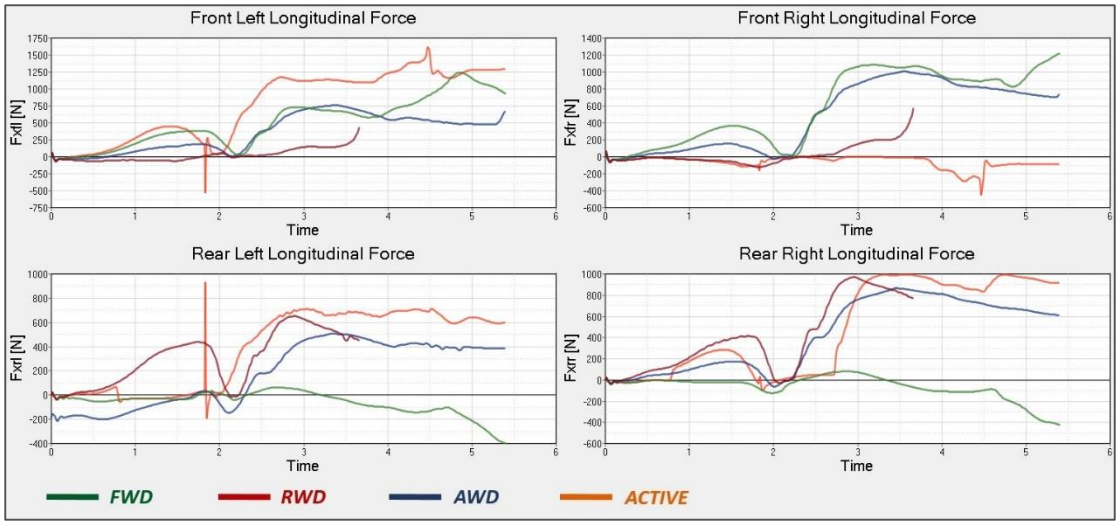

S (Error)
S
Time
Phase Diagram
Sdot
S
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

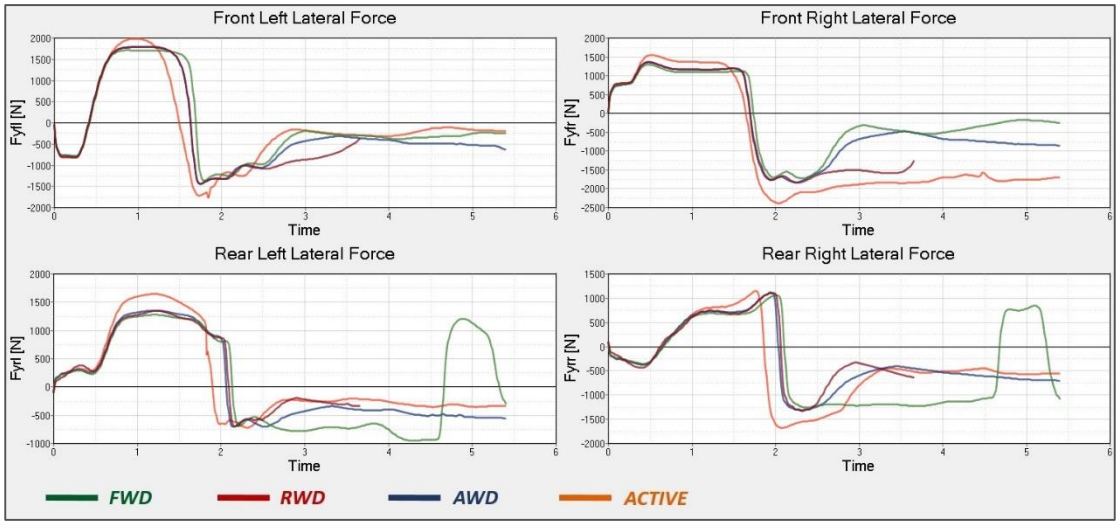
Δοκιμή σε βρεγμένο οδόστρωμα ($\boldsymbol{m_u = 0.4}$)

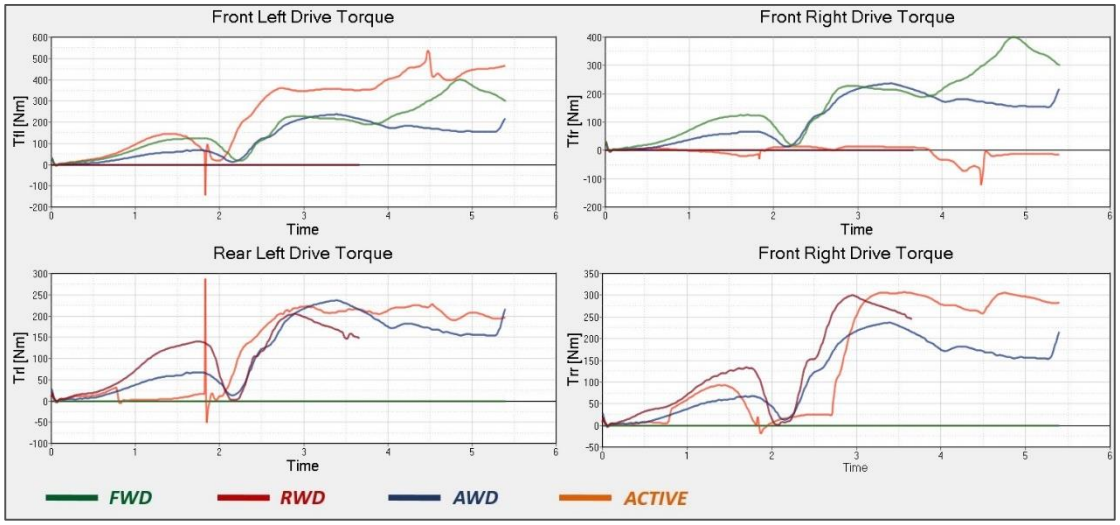


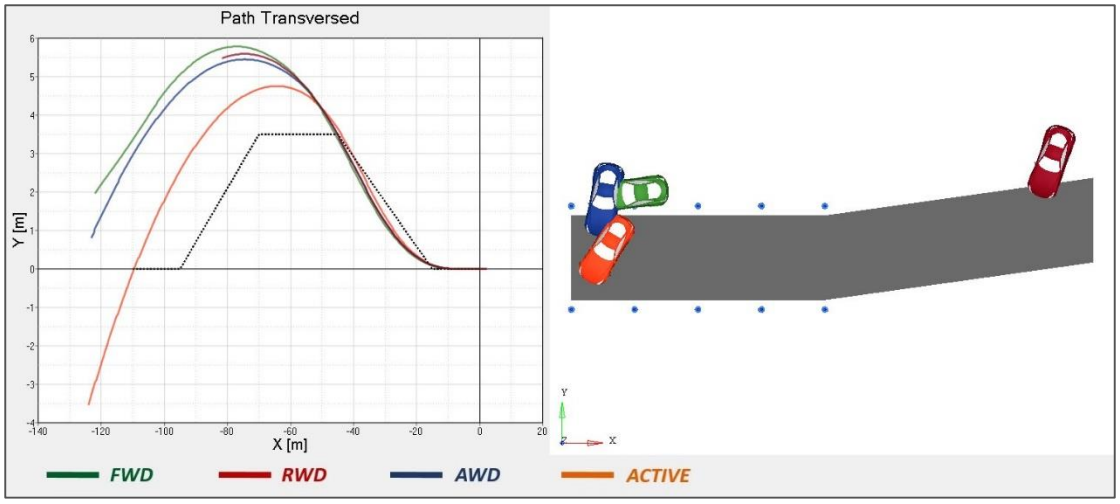


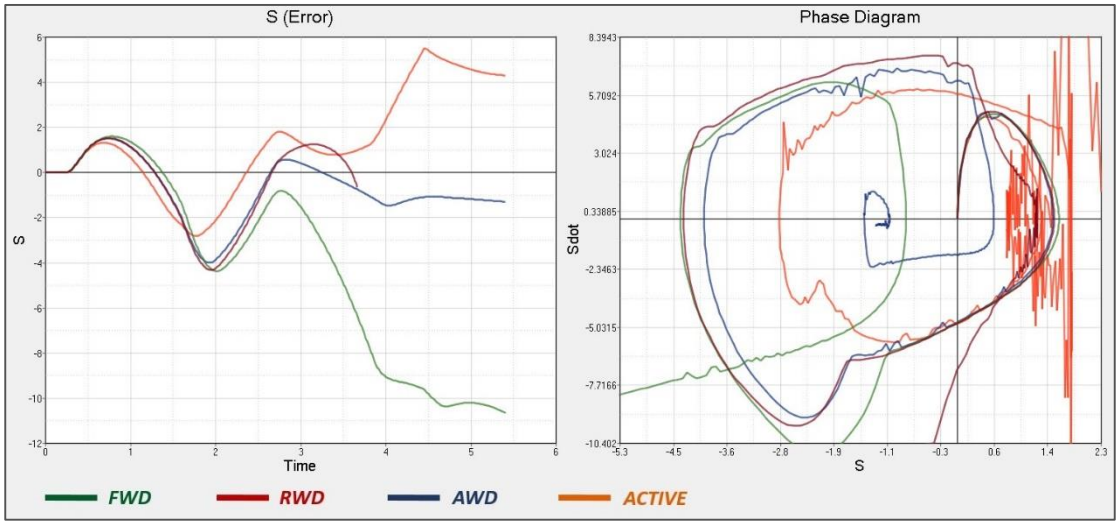



Front Left Longitudinal Force
Fxfl [N]
Time
Front Right Longitudinal Force
Fxfr [N]
Time
Rear Left Longitudinal Force
Fxrl [N]
Time
Rear Right Longitudinal Force
Fxrr [N]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE


Front Left Lateral Force
Fyfl [N]
Time
Front Right Lateral Force
Fyfr [N]
Time
Rear Left Lateral Force
Fyrl [N]
Time
Rear Right Lateral Force
Fyrr [N]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

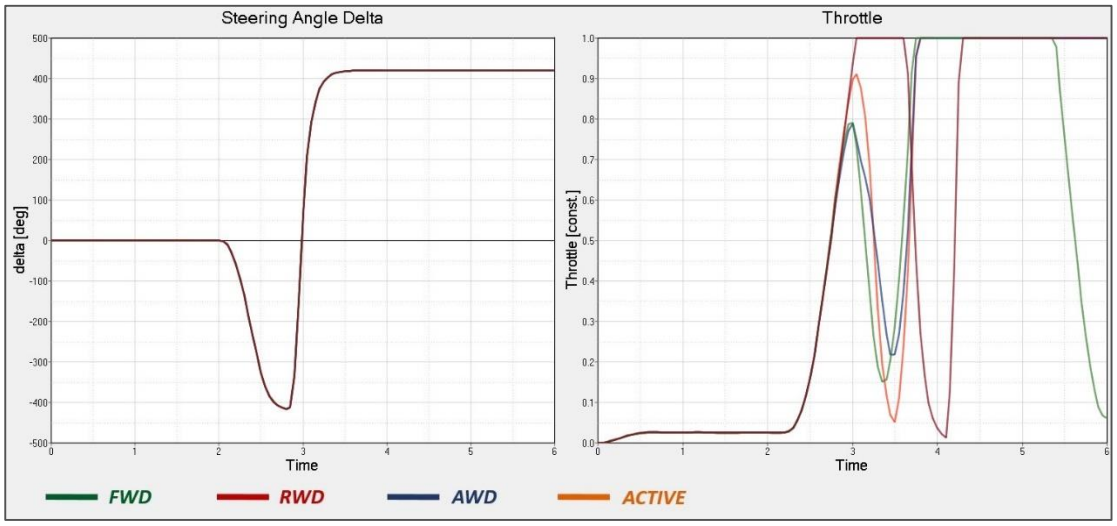

Front Left Drive Torque
Tfl [Nm]
Time
Front Right Drive Torque
Tfr [Nm]
Time
Rear Left Drive Torque
Trl [Nm]
Time
Front Right Drive Torque
Trr [Nm]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

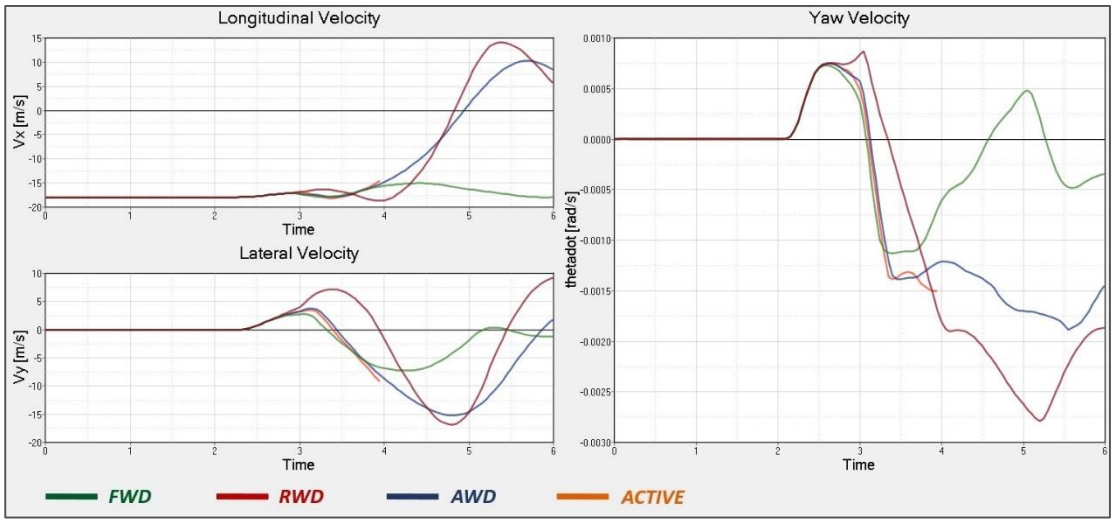

Path Transversed
Y [m]
X [m]
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

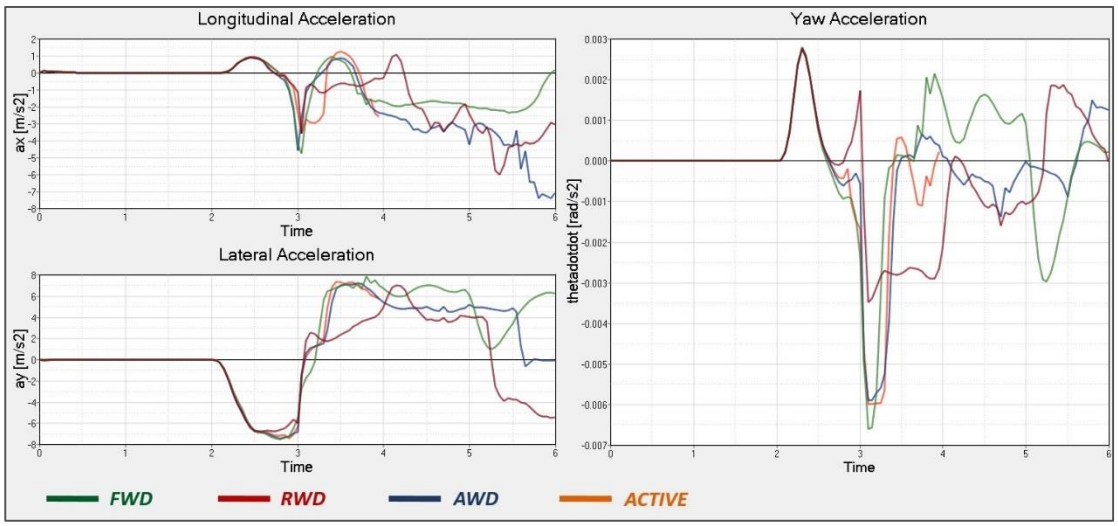

S (Error)
S
Time
Phase Diagram
Sdot
S
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

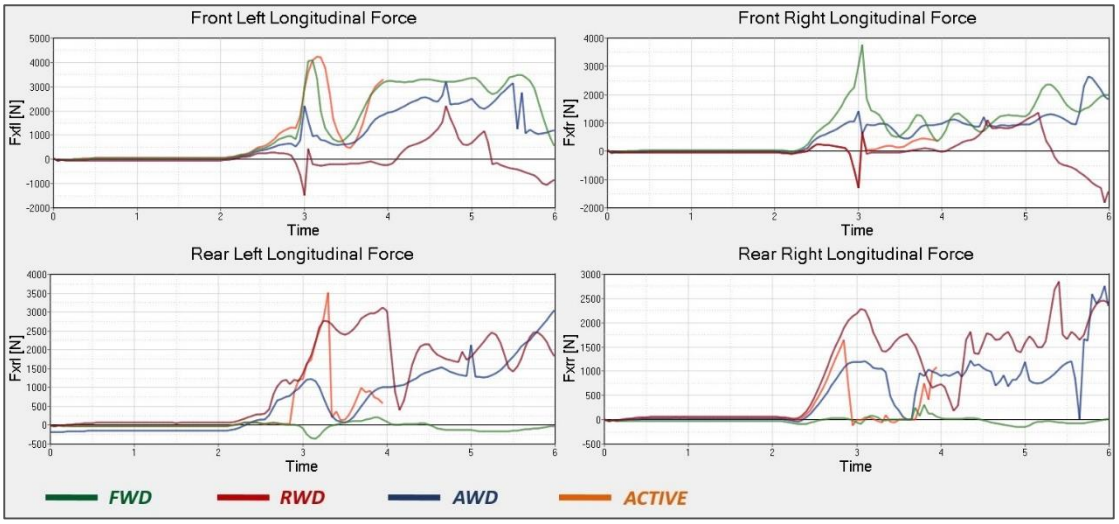
4.3. J-Turn

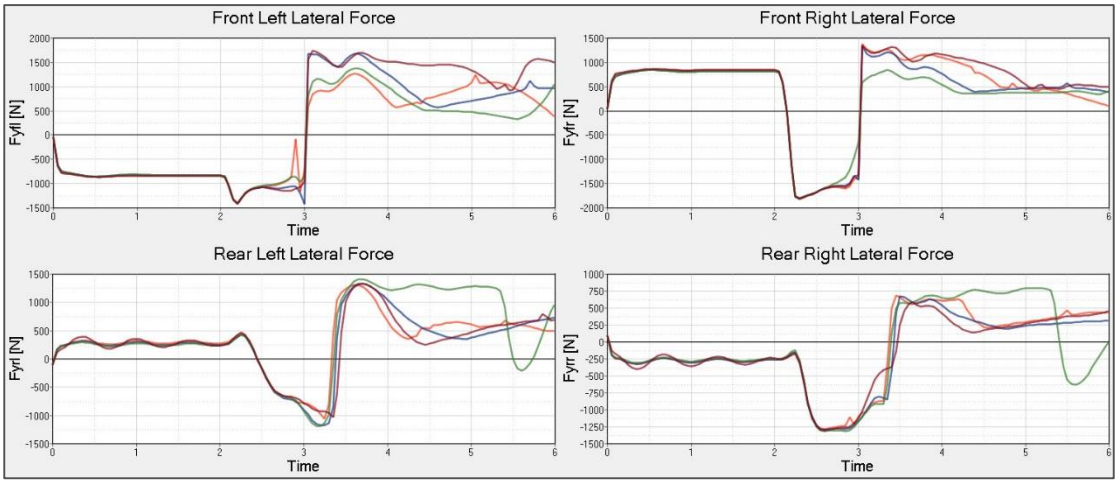
Δοκιμή σε στεγνό οδόστρωμα ($m_u = 1$)

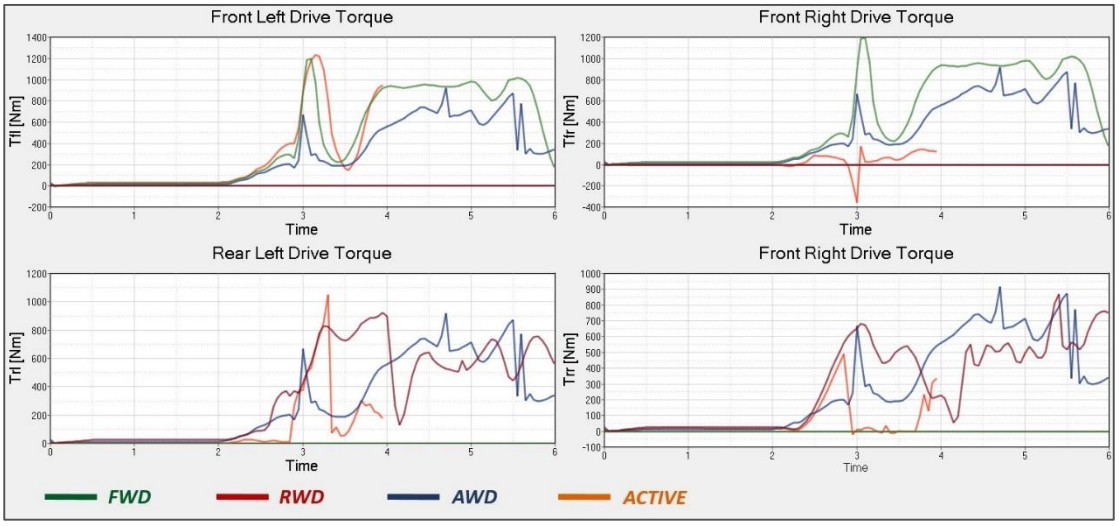


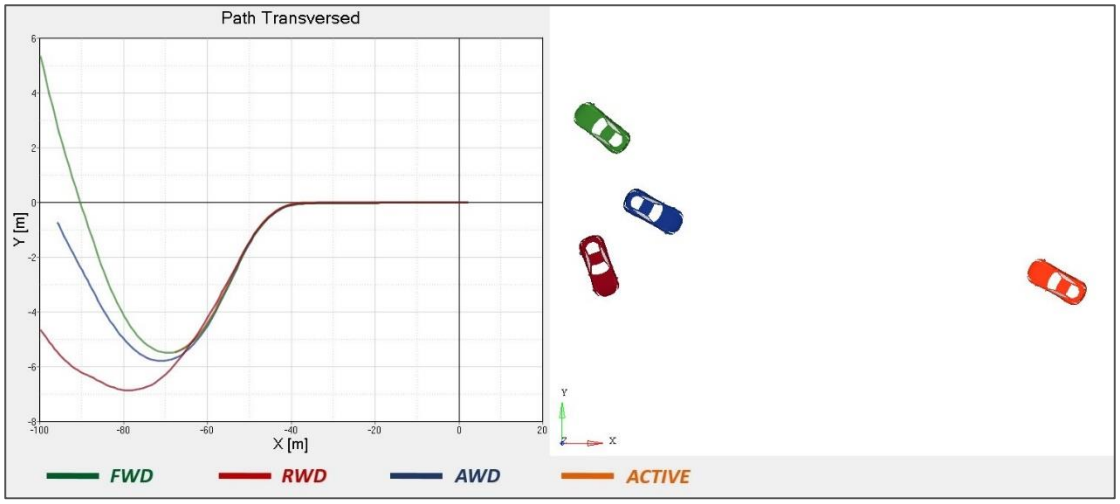


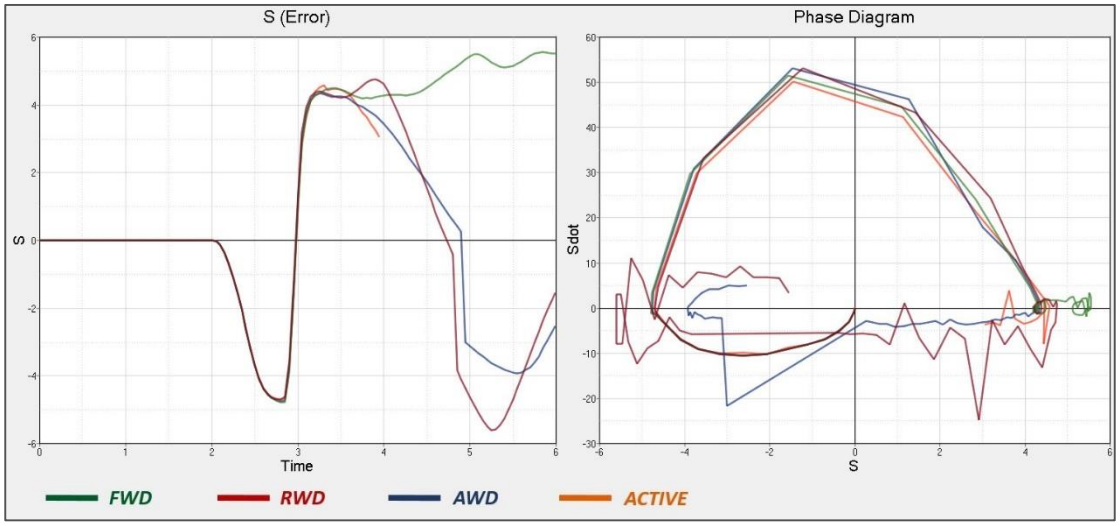



Front Left Longitudinal Force
Fxfl [N]
Time
Front Right Longitudinal Force
Fxfr [N]
Time
Rear Left Longitudinal Force
Fxrl [N]
Time
Rear Right Longitudinal Force
Fxrr [N]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

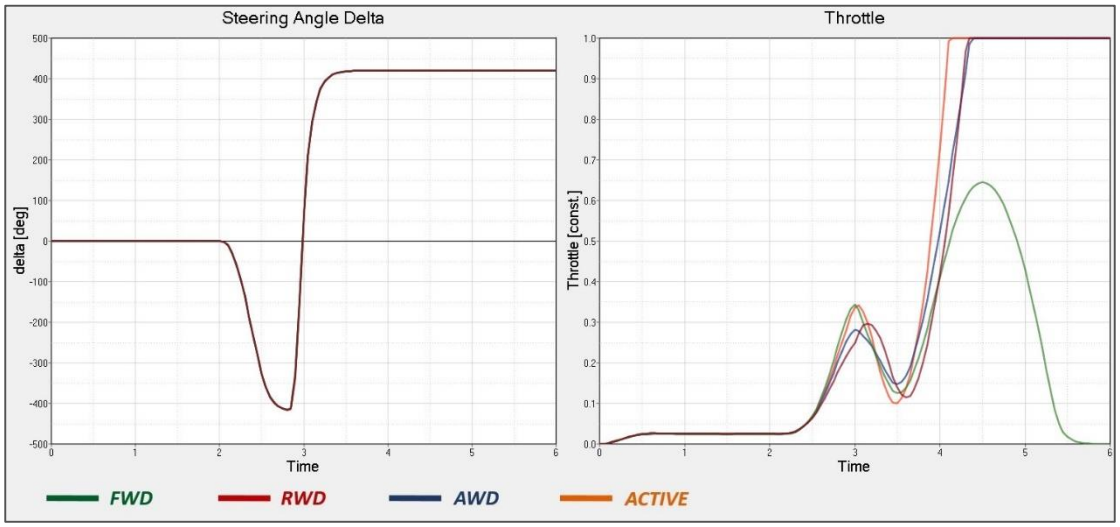

Front Left Lateral Force
Fyfl [N]
Time
Front Right Lateral Force
Fyfr [N]
Time
Rear Left Lateral Force
Fyrl [N]
Time
Rear Right Lateral Force
Fyrr [N]
Time

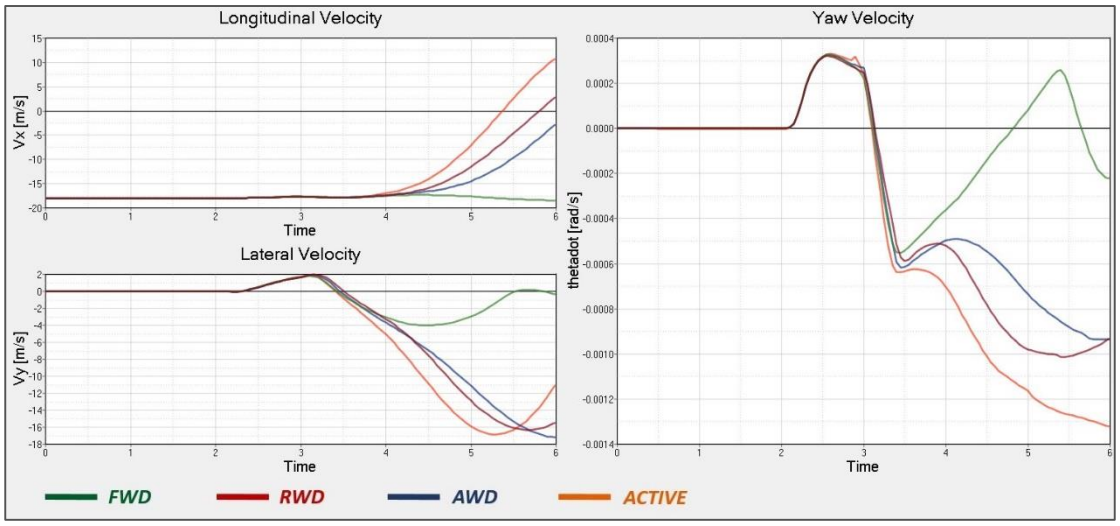

Front Left Drive Torque
Tfl [Nm]
Time
Front Right Drive Torque
Tfr [Nm]
Time
Rear Left Drive Torque
Trl [Nm]
Time
Front Right Drive Torque
Trr [Nm]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

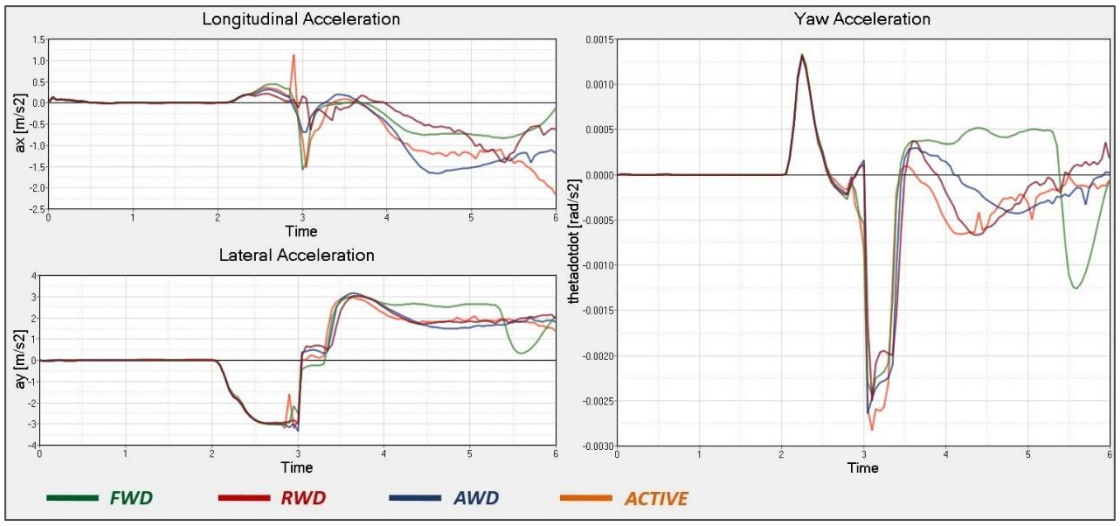

Path Transversed
Y [m]
X [m]
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

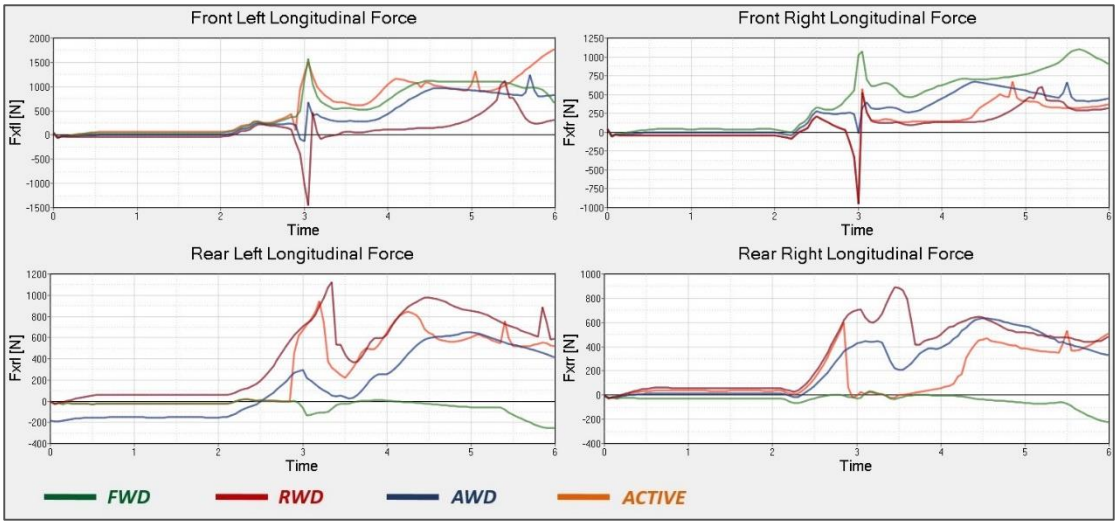

S (Error)
S
Time
Phase Diagram
Sdot
S
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

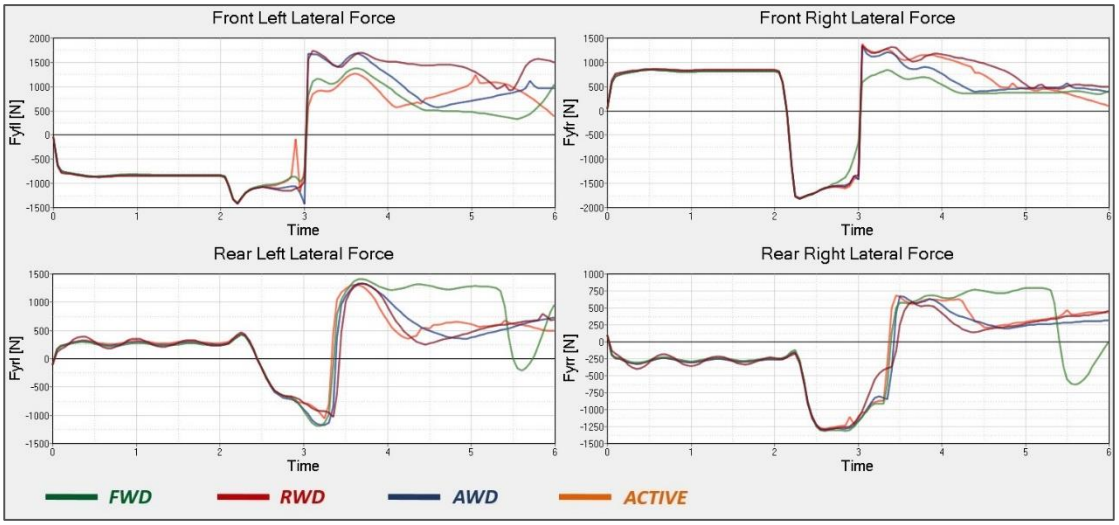
Δοκιμή σε βρεγμένο οδόστρωμα ($\boldsymbol{m_u = 0.4}$)

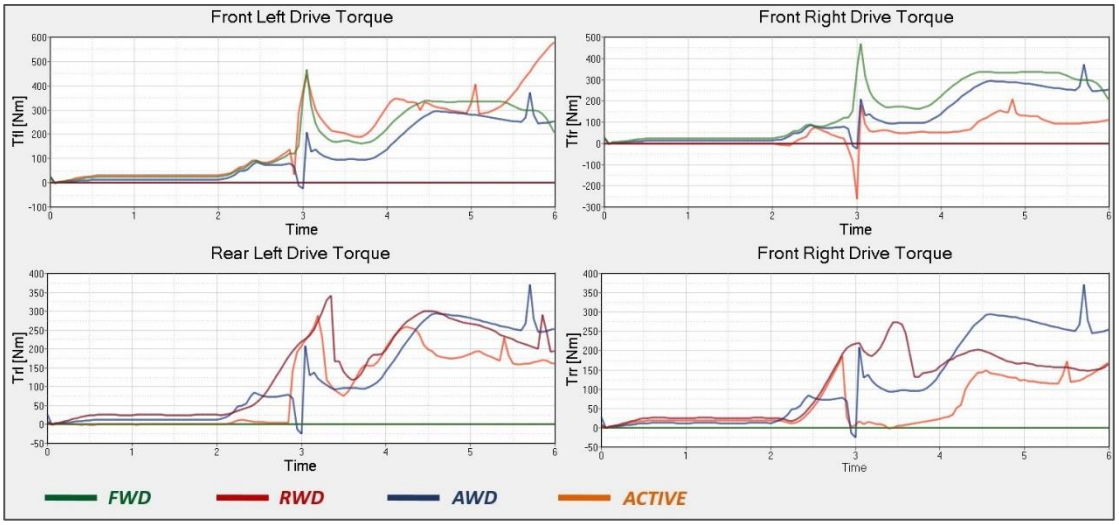


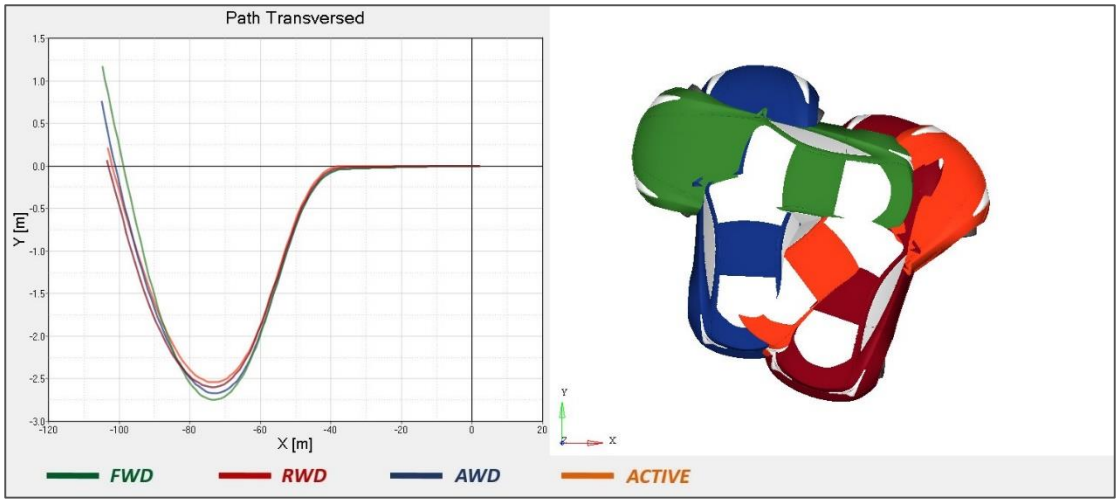


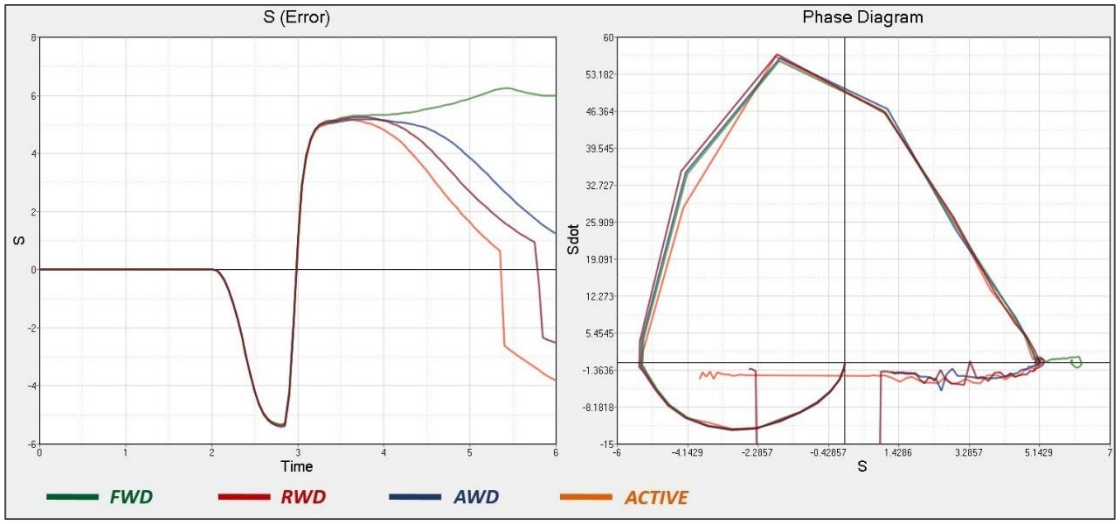



Front Left Longitudinal Force
Fxfl [N]
Time
Front Right Longitudinal Force
Fxfr [N]
Time
Rear Left Longitudinal Force
Fxrl [N]
Time
Rear Right Longitudinal Force
Fxrr [N]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE


Front Left Lateral Force
Fyfl [N]
Time
Front Right Lateral Force
Fyfr [N]
Time
Rear Left Lateral Force
Fyrl [N]
Time
Rear Right Lateral Force
Fyrr [N]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE


Front Left Drive Torque
Tfl [Nm]
Time
Front Right Drive Torque
Tfr [Nm]
Time
Rear Left Drive Torque
Trl [Nm]
Time
Front Right Drive Torque
Trr [Nm]
Time
FWD
RWD
AWD
ACTIVE


Path Transversed
Y [m]
X [m]
FWD
RWD
AWD
ACTIVE


S (Error)
S
Time
Phase Diagram
Sdot
S
FWD
RWD
AWD
ACTIVE

5. Συμπεράσματα

Constant Radius

Στην δοκιμασία αυτή, τόσο σε στεγνό όσο και σε βρεγμένο οδόστρωμα παρατηρείται αρχικά λιγότερο έντονη δράση στο τιμόνι για το ACTIVE μοντέλο. Επιπλέον η έντονη αύξηση της γωνίας τιμονιού για το FWD (και η λιγότερο έντονη για το AWD) δηλώνει υποστροφική τάση για τα μοντέλα αυτά. Αντίστοιχα η έντονη μείωση και αλλαγή στο πρόσημο της γωνίας τιμονιού δηλώνει υπερστροφική τάση για το RWD. Τα παραπάνω επιβεβαιώνονται τόσο από το διάγραμμα (δ-α_y) όσο και από το στιγμιότυπο στον τελικό χρόνο που φαίνονται τα οχήματα σε κάτοψη. Από τα διαγράμματα των ταχυτήτων παρατηρείται ότι σε στεγνές συνθήκες όλα τα οχήματα ακολουθούν με επιτυχία το προφίλ διαμήκους ταχύτητας πλην του RWD το οποίο ολισθαίνει και έτσι μειώνεται δραστικά αυτή η ταχύτητα ενώ αυξάνεται η πλευρική ταχύτητα. Στο διάγραμμα των επιταχύνσεων η γραμμική αύξηση της πλευρικής επιτάχυνσης συνεχίζει μέχρι μεγαλύτερη τιμή για τα ACTIVE και AWD. Η πλευρική επιτάχυνση των FWD και RWD φτάνει στο μέγιστο σε μικρότερη τιμή και μετά πέφτει πράγμα που υποδηλώνει την ολίσθηση των μοντέλων αυτών νωρίτερα. Αξιοσημείωτο είναι ότι στη γωνιακή επιτάχυνση το ACTIVE μοντέλο δεν παρουσιάζει τις διακυμάνσεις που παρουσιάζουν τα υπόλοιπα πιθανότατα λόγω του ότι ακολουθεί την $\ddot{\theta}_{des}$. Στο διάγραμμα των διαμήκων δυνάμεων και των κινητήριων ροπών φαίνεται για το ACTIVE μοντέλο ο «κορεσμός» της κινητήριας ροπής για τους εμπρόσθιους τροχούς λόγω της έντονης δράσης που απαιτείται για την διόρθωση του σφάλματος στις ακραίες αυτές συνθήκες. Τέλος το σφάλμα σε στεγνές συνθήκες φαίνεται να μηδενίζεται επιτυχώς για το ACTIVE μοντέλο (κάτι που φαίνεται και στο διάγραμμα φάσης) αλλά σε συνθήκες βροχής λόγω μειωμένης πρόσφυσης το σφάλμα δεν μπορεί να μηδενιστεί απλά παραμένει σε μικρότερη τιμή. Η μικρότερη τιμή του RWD εξηγείται λόγω της πτώσης της διαμήκους ταχύτητας του μοντέλου κάτι που χαλάει την σύγκριση. Η σημαντικά μικρότερη πλευρική επιτάχυνση επιβεβαιώνει ότι το RWD δεν βρίσκεται στην επιθυμητή κατάσταση.

Double Lane Change

Στην δοκιμασία αυτή σε στεγνές συνθήκες όλα τα μοντέλα φαίνεται να ακολουθούν την επιθυμητή τροχιά πλην του RWD το οποίο ολισθαίνει έντονα. Η ελαφρώς μεγαλύτερες τιμές στα ακρότατα της γωνιακής επιτάχυνσης υποδηλώνει μια ελαφρώς αυξημένη ευελιξία για το ACTIVE μοντέλο. Η μικρότερη διακύμανσή της στο τέλος της δοκιμής δείχνει ότι το όχημα βαίνει προς την ευθεία πιο γρήγορα. Το παραπάνω φαίνεται και στο διάγραμμα του σφάλματος όπου ενώ τα υπόλοιπα σφάλματα των FWD και AWD έχουν αυξητική τάση στο τέλος το σφάλμα του ACTIVE φαίνεται να συγκλίνει προς το μηδέν χωρίς να φτάνει βέβαια λόγω του ότι διακόπτεται η προσομοίωση. Σε βρόχινες συνθήκες όλα τα οχήματα ολισθαίνουν έντονα χάνοντας την επιθυμητή τροχιά. Αξιοσημείωτο είναι ότι ενώ το σύστημα ελέγχου δεν καθιστά το όχημα ελέγξιμο μειώνει την απόκλισή του από την επιθυμητή τροχιά. Οι αυξημένες τιμές των ακροτάτων της γωνιακής επιτάχυνσης για το ACTIVE δείχνει ότι η μεγαλύτερη ευελιξία συνεχίζει (συγκριτικά βέβαια) και σε βρεγμένο οδόστρωμα. Τέλος, για το ACTIVE το σφάλμα φαίνεται να συγκλίνει στο μηδέν μετά από μια μέγιστη τιμή ενώ τα σφάλματα των υπόλοιπων μοντέλων φαίνεται να έχουν αυξητική τάση.

J-Turn

Και στην δοκιμή αυτή το RWD εξακολουθεί να χάνει έντονα τον έλεγχο. Τόσο από το στιγμιότυπο όσο και από το διάγραμμα της γωνιακής ταχύτητας φαίνεται και εδώ η υποστροφική τάση του FWD. Τέλος, η επίλυση του μοντέλου ACTIVE αστοχεί λίγο πριν το τέταρτο δευτερόλεπτο. Λογικά αυτό πρέπει να οφείλεται στα έντονα μεταβατικά φαινόμενα κάτι που δημιουργεί απόκλιση από τις παραδοχές πάνω στις οποίες βασίστηκε το απλό μοντέλο από το οποίο ορίστηκαν οι επιθυμητές αποκρίσεις. Τέτοιες έντονες δράσεις αν και απίθανες σε συνθήκες οδήγησης οφείλουν να έχουν ένα τρόπο αντιμετώπισης από τον ελεγκτή. Σχετική πρόταση βελτίωσης αναφέρεται στη συνέχεια.

Γενικά

Γενικά παρατηρείται τάση υποστροφής από το FWD, τάση υπερστροφής από το RWD και μια ελαφρώς υποστροφική τάση από το AWD. Το RWD παρουσιάζει γενικά την πιο δυσάρεστη απόκριση σε κάθε δοκιμασία. Το ACTIVE φαίνεται να είναι όσο πιο κοντά γίνεται στην ουδέτερη συμπεριφορά: Στην δοκιμή “Constant Radius” λόγω του ότι ασκείται μεγάλη κινητήρια ροπή στους τροχούς το σύστημα έχει αρκετή δράση για να ελέγξει την απόκριση του οχήματος και να μειώσει επαρκώς το σφάλμα. Στις υπόλοιπες δοκιμές, λόγω σταθερής ταχύτητας η κινητήρια ροπή είναι μικρή σχετικά και η απόκριση αν και βελτιωμένη δεν είναι έντονα διαφορετική. Σχετικά με τα μοντέλα παθητικής μετάδοσης ισχύος, η υποστροφική τάση του FWD βοηθάει να μην χαθεί ο έλεγχος από τον οδηγό τόσο όσο στο RWD. Σε βρόχινες συνθήκες όλα τα οχήματα χάνουν τον έλεγχο και τα σφάλματα αυξάνονται δραματικά. Το σύστημα ελέγχου δεν μπορεί να μειώσει το σφάλμα και να έχουμε ευσταθή ισορροπία αφού η επιθυμητές δυνάμεις διόρθωσης δεν μπορούν να περάσουν με επιτυχία στον δρόμο λόγω μειωμένης πρόσφυσης.

Προτάσεις για το μέλλον

- Λόγω της αστοχίας που παρατηρείται στη δοκιμή J-Turn προτείνεται το απλοποιημένο μοντέλο να γίνει πιο λεπτομερές και ακριβές με την άρση κάποιων παραδοχών και έτσι να διαπιστωθεί αν μπορεί να ανταπεξέλθει σε έντονα μεταβατικά φαινόμενα.

- Προτείνεται ένα πιο ολοκληρωμένο σύστημα ελέγχου το οποίο δεν θα αφορά μόνο στην κατανομή της κινητήριας ροπής. Ακολουθώντας την ίδια λογική με το σύστημα ελέγχου που αναπτύχθηκε εδώ, μπορεί να σχεδιαστεί ένα σύστημα που θα εφαρμόζει αντίστοιχη επιβραδυντική δράση στους τροχούς για την επίτευξη καλύτερων αποκρίσεων. Επιπλέον, στον παραπάνω ελεγκτή δεν γίνεται καθόλου αναφορά στα όρια τις πρόσφυσης των ελαστικών. Ένα καλύτερο αποτέλεσμα πιθανότατα να επιτευχθεί αν γίνεται ταυτόχρονος έλεγχος της ολίσθησης των ελαστικών και έτσι να τοποθετείται κάθε φορά ένα όριο στην τιμή της ροπής (είτε αυτή επιβραδύνει είτε επιταχύνει τον τροχό). Έτσι δεν θα απαιτείται μεγαλύτερη δύναμη τριβής από την μέγιστη δυνατή του ελαστικού. Τα παραπάνω μπορούν να υλοποιηθούν με τον σχεδιασμό ενός ελεγκτή βέλτιστου ελέγχου.

Βιβλιογραφία

[1]	Νατσιάβας Σ., Εφαρμοσμένη Δυναμική, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 1999
[2]	Shabana, Ahmed A., Dynamics of multibody systems. Cambridge university press, 2013.
[3]	W.F. Milliken and D.L.Milliken, Race car vehicle dynamics, SAE International
[4]	Michael Blundell and Damian Harty, The multibody systems approach to vehicle dynamics, Butterworth-Heinemann, 2004
[5]	Rajesh Rajamani, Vehicle Dynamics and Control, Springer, 2006
[6]	J-J E. Slotine and Weiping Li, Applied Nonlinear Control, Prentice Hall Englewood Cliffs, New Jersey,1991
[7]	Sliding Mode Control – Zanasi Roberto, 2015
[8]	H. Kim, S. Lee, J. K. Hedrick “Active Yaw Control For Handling Performance Improvement By Using Traction Force”, Berkley, 2014
[9]	Kampanakis A., Siampis E., Velenis E., Longo S. “A Torque Vectoring Optimal Control Strategy for Combined Vehicle Dynamics Performance Enhancement and Electric Motor Ageing Minimisation” Cranfield, UK, 2016
[10]	Cheli F., Melzi S., Sabbioni E., Vignati M., “Torque Vectoring Control of a Four Independent Wheel Drive Electric Vehicle”, Politecnico di Milano, 2013
[11]	TNO, MF-Tyre/Mf-Swift 6.2 Help Manual, The Netherlands, 2013
[12]	Τσιτσίμης Δ., «Επίδραση στιβαρότητας πλαισίου στη δυναμική συμπεριφορά οχήματος», Θεσσαλονίκη, 2017
[13]	Κούτρας Χ. «Μοντελοποίηση πιέσεων καυσαερίων Μ.Ε.Κ. για την ανάλυση της απόκρισης δυναμικής οχήματος», Θεσσαλονίκη, 2017
[14]	Συκαράς Κ., «Μοντελοποίηση αγωνιστικών ελαστικών και συγκριτική μελέτη της απόδοσης τους μέσω προσομοίωσης της οδικής συμπεριφοράς μονοθέσιου formula student», Θεσσαλονίκη, 2015

Πηγές Εικόνων

Εικόνα 1-1	Vehicle Dynamics – Theory and Application | Reza N. Jazar | Springer | 2008
Εικόνα 1-2	Vehicle Dynamics and Control | Rajesh Rajamani | Springer | 2006
Εικόνα 1-3	Vehicle Dynamics – Theory and Application | Reza N. Jazar | Springer | 2008
Εικόνα 1-4	Vehicle Dynamics and Control | Rajesh Rajamani | Springer | 2006
Εικόνα 1-5	http://code.eng.buffalo.edu/dat/sites/tire/tire.html
Εικόνα 1-6	Vehicle Dynamics and Control | Rajesh Rajamani | Springer | 2006
Εικόνα 1-7	http://code.eng.buffalo.edu/dat/sites/tire/tire.html
Εικόνα 1-8	Vehicle Dynamics and Control | Rajesh Rajamani | Springer | 2006
Εικόνα 1-9	Race Car Vehicle Dynamics | William F. Milliken | Springer | 1994
Εικόνα 1-10	http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1678-58782011000400007
Εικόνα 2-2	https://en.wikipedia.org/wiki/Feed_forward_(control)
Εικόνα 2-4	HyperWorks 2017 Desktop
Εικόνα 3-1	https://allaboutdieselz.blogspot.com/2015/08/torque-vectoring.html
Εικόνα 3-2	Applied Nonlinear Control | Jean-Jacques E. Slotine | AbeBooks | 1991
Εικόνα 3-3	https://www.researchgate.net/publication/266230623_Condition_Monitoring_Approaches_To_Estimating_Wheel-Rail_Profile/figures?lo=1
Εικόνα 3-7	HyperWorks 2017 Desktop

Οι εικόνες που δεν αναφέρονται, τα σχήματα και τα διαγράμματα, δημιουργήθηκαν στα πλαίσια της εργασίας από τον συγγραφέα.